Jarosław ZIÓŁKOWSKI, Aleksandra LĘGAS
Military University of Technology (Wojkowa Akademia Techniczna)

BENEFITTING FROM THE PROBLEM OF ALLOCATION IN THE OPTIMISATION OF THE ORDER PICKING PROCESS

Wykorzystanie problemu przydziału w optymalizacji procesu kompletacji

Abstract: *The article addressed the problem of the allocation of tasks in one of the warehouse processes (order picking). The objective was to obtain the optimum solution, which guarantees the minimum execution time of particular tasks by warehouse personnel. To optimise the issue mentioned above Excel spreadsheet with the Solver module was applied.*

Keywords: order picking, optimisation, time, Excel, Solver module

Streszczenie: *W artykule poddany został analizie problem przydziału zadań w jednym z procesów magazynowych (kompletacji). Celem było uzyskanie rozwiązania optymalnego gwarantującego minimalny czas realizacji określonych zadań przez pracowników magazynowych. W celu optymalizacji ww. zagadnienia zastosowano arkusz kalkulacyjny Excel z wykorzystaniem dodatku Solver.*

Słowa kluczowe: kompletacja, optymalizacja, czas, Excel, dodatek Solver

1. Introduction

In practice of business activity, we encounter with decision-making situations. It is widely known that in business, there is nothing more challenging and valuable than the decision-making skill, especially considering the incurred costs of these decisions [2].

In the area of activity of distribution companies, two spheres generate the main cost components, i.e., storage and transport. The main parts of storage costs comprise the following: storage facility (building, equipment), capital and storage operations (reception, storage and order picking) [7].

Stock management is a broad term, which covers both an infrastructure building with its staff and many processes occurring in particular spheres of its functioning, which involve costs [1].

In the problem addressed in this article, the most important are costs of storage operations, which include the labour costs and infrastructure inside the warehouse. The workflow of the warehouse considerably depends on its capacity, usually according to the principle 'the bigger is the warehouse, the greater is its speciality scope and complexity of storing process'. The speciality is aimed at improving its effectiveness and quality, hence reduction of the costs of storage operations, which comprise, amongst others, the costs of the preparation (order picking). The appropriate organisation of order picking has a significant impact on subsequent processes, i.e., consolidations of client orders and loading on particular means of transport. Facilitating this process will substantially affect the increase in efficiency [3].

Order picking is a part of order commissioning process and is connected with assembling the particular articles from the right amount of product assortment by the customer order. As a result of order picking, the state of load changes from the form characteristic of storage to the form characteristic of materials' shipment. Within the order picking, there are certain activities such as preparing groups of products and data according to the order, collecting the right number of products defined in the order from the whole warehouse assortment, transferring the selected assortment, shipping the assortment and confirming the shipment [4].

Order picking process is a set of logistic operational and organisational activities, which result in assembling product assortments compliant with internal orders in storage system prepared by the orders recipients [6].

The primary tasks of order picking include:

- receiving unit loads from the storage zone,
- transferring unit loads to the zone of temporary storage (intermediate storage area),

- stripping unit loads and displacing the products at the place of the preparation of picking,
- collecting groups of products defined in the recipients' orders,
- displacing and handling at the place of picking,
- assembling the batch of products compliant with internal commissions or orders,
- controlling execution and compatibility of picking with the order,
- packaging unit loads [6].

Parallel to the picking process, once the information on the possibility of loading is received, the customer service issues an invoice, which is sent to the customer. Order fulfilment process finishes at the moment of stacking the products on the loading platform, loading the vehicle or at the moment of delivery of products to the customer once it is established that the delivery is compatible with the original order [5].

Storage processes are strictly connected with each other. Apart from the organisation of particular activities in the warehouse area, it should also be paid attention to the analysis of relations between particular stages of the flow of goods in stock management and its impact on the organisation of work at the recipient [7].

2. Characteristics of the problem

The analysis will be performed on the problem of tasks' allocation in one of the storage processes. The main aim is to plan the work in a way enabling to achieve the shortest possible execution time of specific tasks with the following assumptions:

- methods are known, and the number of tasks is defined, from which each one of them is of different degree of labour consumption;
- human resources completing particular tasks, from which each one is of a different degree of labour consumption;
- it is possible to assign a particular task to each resource;
- each task can be performed solely in whole by one resource;
- all tasks have to be assigned. The tasks comprise the particular number of units, which also constitute a parameter influencing the execution time of particular employees;
- sequence of activity execution does not impact its performance [7].

The optimum solution is the one, in which the execution time (one of the employees) is minimal. It means that every other employee achieves the equal or

shorter time, assuming that the orders are executed simultaneously. The problem described as such can refer both to storage processes and production processes. In the warehouse, almost every stage of the flow of product can be taken into account, starting from the reception, storage, picking and consolidation. In such a situation, the resources are the warehouse personnel responsible for the performance of particular processes. In the second case, the resources can be employees or devices, and the task may consist in manufacturing a specific semi-finished or finished product [7].

In a mathematical model, it is assumed that there are m orders and n employees of picking and the number of cardboards for delivery in particular orders. Not to mention picking time of single cardboard by each employee and the fixed time of starting and finishing the order regardless of the number of cardboards. The following designations are adopted:

- a – fixed time of order picking;
- b_j – efficiency j – of this employee, expressed as picking time of a single cardboard (where: $j = 1, \dots, n$);
- c_i – number of cardboard in i – this order (where: $i = 1, \dots, m$).

Based on the above data, the matrix of the picking time is created:

$W = [w_{ij}]$ – matrix of preparation time i – of these orders by j – these employees, which are calculated as:

$$w_{ij} = a + b_j \cdot c_i \quad (i = 1, \dots, m) \quad (j = 1, \dots, n) \quad (1)$$

with the designations as described above.

Decision variable x_{ij} (assigning or not assigning a particular order to the warehousekeeper) takes the following values:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{when } j \text{ employee is assigned to } i - \text{this order} \\ 0 & \text{in the opposite case} \end{cases}$$

To formulate the problem of optimum allocation of picking orders to particular employees, firstly, the main criterion has to be defined. However, usually, the overall picking time is optimised. In the case under consideration, the combination of variables is searched, which will enable the fastest preparation of package (all orders), which is not always equivalent. In the above situation, the preparation time

of all orders depends on the maximum total picking time of the package of orders allocated to a single employee. With regard to the above, the time function suggests reducing the maximum overall execution time of picking done by one of the employees, according to the following relation [7]:

$$\max z \sum_{i=1}^m w_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (2)$$

whereby the following restrictions have to be met:

- 1) each order has to be allocated to one of the employees, i.e.:

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \quad (i = 1, \dots, m) \quad (3)$$

- 2) since assembling can be done in whole only by one warehousekeeper, the assumption of the binarity of variables is, i.e.:

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i = 1, \dots, m)(j = 1, \dots, n) \quad (4)$$

with the above designations.

The optimisation problem described as such belongs to the discrete group of decision tasks (one of the variables assumes the value from the discrete set, e.g. from the set of integers or the set of binary numbers $\{0, 1\}$).

The spreadsheet will be made so as to enable the calculation of optimum decision variables using the SOLVER module.

In the analysed example, the spreadsheet was created for four warehousekeepers and fifteen picking orders. The spreadsheet entitled 'data' includes three tables:

- 1) fixed picking time of one order (regardless of the number of cardboards) a in cell C10 – fig. 1,
- 2) efficiency of individual warehousekeepers (defined as picking time of one cardboard) b_j in cells C16:F16 – fig. 2,
- 3) the number of cardboards in individual orders c_i in cells C22:C36 – fig. 3.

Once the above data are inserted into the spreadsheet 'calculations', picking times of individual orders by warehousekeepers will be calculated according to formula (1). The results are provided in cells C9:F23 – fig. 4. The next step is to create from a table for decision variables the allocation of orders (fig. 5) to particular warehousekeepers: dotted cells C29:F43 (contents X_{ij} , which will vary in the course of the conducted calculations). In cells G29:G43, there are restrictive conditions, which are the sum of the appropriate values for the table of decision

variables. The sum of each row shall assume the value '1', since the order may be allocated only to one employee [7].

Based on the orders allocated to resources, the appropriate picking times will be transferred to cells C50:F64 (fig. 6). Then, the sums of these picking times are calculated by each of these warehousekeepers in the respective cells C65, D65, E65, F65. The function of time determining the optimum solution is in cell H68. It is created by the formula indicating the maximum value of the sum of picking times of individual employees (used formula 'MAX(C65:F65)') [7].

Example of optimisation deliberations can be the warehouse of a distribution company from the FMCG branch. The group of company clients includes independent retail recipients, the orders of which are highly diverse in terms of assortment and quantity. For the above reasons, the picking orders, which are the derivative of customer orders, are equally diverse in terms of the number of units (e.g. cardboards). The orders are assembled by the teams of warehousekeepers consisting of four persons. Each team aims at preparing the customer order assigned to the route of a given vehicle as fast as possible. Currently, the orders are collected by warehousekeepers of a particular team based on the sequence of assembling (once the picking of the previously assigned order is finished, next free order is picked). Unfortunately, this method does not always guarantee the shortest possible preparation time of customer orders assigned to a particular path, and frequently, the employees have to wait to finish the assembling by one of them. The reason behind it can be the fact that the employees with the weakest results (efficiency) may obtain orders with the highest number of cardboards [7]. Due to this, the new allocation algorithm needs to be introduced, which take into account the efficiency of individual employees and the size of orders. To this end, the Solver module is used. Therefore, it is necessary to collect and enter the following information into the spreadsheet 'data':

1) fixed picking time – fig. 1

	A	B	C	D
6				
7		Table of fixed time of order picking		
8				
9		Picking time a		
10		1	210	
11				

Fig. 1. Fixed picking time

2) picking time of cardboard by particular warehousekeepers – fig. 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H
12								
13		Table of picking time of a single cardboard by warehousekeepers b_j						
14								
15			Warehousekeeper					
16			1	2	3	4		
17		Picking time of one cardboard b_j	3,5	4	5,5	4,5		
18								

Fig. 2. Picking time of one cardboard by particular warehousekeepers

3) number of cardboard in orders – fig. 3.

	A	B	C	D	E
19					
20		Table of the number of cardboards in picking orders c_i			
21					
22		Order No.	Number of cardboards c_i		
23		1	40		
24		2	50		
25		3	80		
26		4	30		
27		5	5		
28		6	25		
29		7	46		
30		8	61		
31		9	90		
32		10	74		
33		11	2		
34		12	9		
35		13	27		
36		14	63		
37		15	98		
38		In total	700		
39					

Fig. 3. Number of cardboards in the orders of picking

The data entered in spreadsheet ‘calculations’ is used to calculate picking times of all orders by the warehousekeepers. The obtained results were depicted in fig. 4 in a matrix table of order picking times by warehousekeepers, where differences in the efficiency of employees can be observed, which impact the execution time of the allocated tasks.

	A	B	C	D	E	F	G
5							
6		Matrix of picking times of orders by warehousekeepers w_{ij}					
7							
8		Order No.	Warehousekeeper				
9		i,j	1	2	3	4	
10		1	350	370	430	390	
11		2	385	410	485	435	
12		3	490	530	650	570	
13		4	315	330	375	345	
14		5	227,5	230	237,5	232,5	
15		6	297,5	310	347,5	322,5	
16		7	371	394	463	417	
17		8	423,5	454	545,5	484,5	
18		9	525	570	705	615	
19		10	469	506	617	543	
20		11	217	218	221	219	
21		12	241,5	246	259,5	250,5	
22		13	304,5	318	358,5	331,5	
23		14	430,5	462	556,5	493,5	
24		15	553	602	749	651	
25							

Fig. 4. Matrix of picking times of orders by warehousekeepers

In the same spreadsheet, the fields were randomly selected (dotted), which define the allocation of individual orders to particular warehousekeepers – fig. 5.

	A	B	C	D	E	F	G
26							
27		Table of allocation of picking order of i -his order to j -this warehousekeeper					
28							
29		Order No.	Warehousekeeper				Number of employees
30		i,j	1	2	3	4	assigned to the order
31		1		1			1
32		2	1				1
33		3			1		1
34		4				1	1
35		5				1	1
36		6		1			1
37		7			1		1
38		8			1		1
39		9	1				1
40		10		1			1
41		11		1			1
42		12			1		1
43		13				1	1
44		14	1				1
45		15	1				1
46							

Fig. 5. Matrix of allocation of picking orders to warehouse employees before the initiation of SOLVER module (random data)

It is also important to remember about the assumption of binarity of data (given order can be executed in whole by an individual employee or not executed at all). In addition, each order can be picked only once, which is controlled by the results in cells G31:G45, which constitute the sum of allocations of a given order to particular warehousekeepers and shall not obtain the value other than 1 [7].

The result of randomly made allocation was calculated in the following table of the spreadsheet 'calculations' presented in fig. 6.

	A	B	C	D	E	F	G	H
47								
48		Table of calculations of order picking times						
49								
50		Order No.	Warehousekeeper					
51		i,j	1	2	3	4	Order picking time	
52		1	0	370	0	0	370	
53		2	385	0	0	0	385	
54		3	0	0	650	0	650	
55		4	0	0	0	345	345	
56		5	0	0	0	232,5	232,5	
57		6	0	310	0	0	310	
58		7	0	0	463	0	463	
59		8	0	0	545,5	0	545,5	
60		9	525	0	0	0	525	
61		10	0	506	0	0	506	
62		11	0	218	0	0	218	
63		12	0	0	259,5	0	259,5	
64		13	0	0	0	331,5	331,5	
65		14	430,5	0	0	0	430,5	
66		15	553	0	0	0	553	
		Order picking time allocated to warehousekeeper						
67			1893,5	1404	1918	909	6124,5	Objective function
							Maximum from picking times of all orders assigned to a particular warehousekeeper	
68								1918
69								

Fig. 6. Matrix of picking times for the allocated orders before the initiation of the Solver module (random data)

In cells C67:D67, the sums of picking times of orders allocated to warehousekeepers were calculated. The result of the objective function includes cell H68, for random allocation, it equals 1918 s. This value expresses the longest picking time by one of the warehousekeepers of the team under consideration, which constitutes the completion time of preparation of all orders allocated to the given group.

To find an optimum solution, the SOLVER module was used. Once it is initiated, a dialog box appears, where the assumptions of the described system have to be defined, i.e. address of the objective function, desired result of the objective

function (min., max., defined value), cell addresses of variables and restricting conditions – fig. 7.

Parametry dodatku Solver

Ustaw cel:

Na: ☐ Maks ☒ Min ☐ Wartość:

Przez zmienianie komórek zmiennych:

Podlegających ograniczeniom:

☒ Ustaw wartości nieujemne dla zmiennych bez ograniczeń

Wybierz metodę rozwiązywania:

Metoda rozwiązywania

W przypadku gładkich nieliniowych problemów dodatku Solver wybierz aparat nieliniowy GRG. Dla liniowych problemów dodatku Solver wybierz aparat LP simpleks, natomiast w przypadku problemów, które nie są gładkie, wybierz aparat ewolucyjny.

Fig. 7. Settings in a dialog box of SOLVER module

The result of the operation of SOLVER module is demonstrated in spreadsheet ‘calculations’ in dotted fields, the values of which will be changed according to the optimum solution illustrated in fig. 8.

	A	B	C	D	E	F	G	H
26								
27		Table of allocation of picking order of i -his order to j -this warehousekeeper						
28								
29		Order No.	Warehousekeeper				Number of employees	
30		i, j	1	2	3	4	assigned to the order	
31		1	0	1	0	0	1	
32		2	1	0	0	0	1	
33		3	0	0	1	0	1	
34		4	0	0	1	0	1	
35		5	0	0	1	0	1	
36		6	0	1	0	0	1	
37		7	0	0	0	1	1	
38		8	0	0	0	1	1	
39		9	1	0	0	0	1	
40		10	0	1	0	0	1	
41		11	1	0	0	0	1	
42		12	0	0	1	0	1	
43		13	0	1	0	0	1	
44		14	1	0	0	0	1	
45		15	0	0	0	1	1	
46								

Fig. 8. Matrix of allocation of warehouse picking orders after the initiation of the SOLVER module

Instead, the result of optimum solution is presented in fig. 9 below.

	A	B	C	D	E	F	G	H
47								
48		Table of calculations of order picking times						
49								
50		Order No.	Warehousekeeper				Order picking time	
51		i, j	1	2	3	4		
52		1	0	370	0	0	370	
53		2	385	0	0	0	385	
54		3	0	0	650	0	650	
55		4	0	0	375	0	375	
56		5	0	0	237,5	0	237,5	
57		6	0	310	0	0	310	
58		7	0	0	0	417	417	
59		8	0	0	0	484,5	484,5	
60		9	525	0	0	0	525	
61		10	0	506	0	0	506	
62		11	217	0	0	0	217	
63		12	0	0	259,5	0	259,5	
64		13	0	318	0	0	318	
65		14	430,5	0	0	0	430,5	
66		15	0	0	0	651	651	
67		Order picking time allocated to warehousekeeper	1557,5	1504	1522	1552,5	6136	Objective function
68							Maximum from picking times of all orders assigned to a particular warehousekeeper	1557,5
69								

Fig. 9. Matrix of picking times for the allocated orders after the initiation of SOLVER module

Figure 10 presents the comparison of results of the analysis of picking orders before and after the application of the SOLVER module.

Fig. 10. Comparison of results of the analysis of picking orders before and after the application of SOLVER module [s]

As it results from fig. 10, the preparation time of the packet of orders was shortened by 360,5 second (i.e. by above 6 min.) in relation to the original solution generated randomly. Instead, the total time prolonged by 11.5 seconds.

The highest number of orders and tasks, including the highest number of cardboards, were allocated to the most productive employees designated as 1 and 2. The obtained solution thus ensures the fastest preparation of all orders assigned to the particular team of employees of the order picking process.

3. References

1. Galińska B., Gospodarka materiałowa. Difin, Warszawa 2016.
2. Kauf S., Tłuczak A.: Optymalizacja decyzji logistycznych. Difin, Warszawa 2016.
3. Koster R. de, Le-Duc T., Roodberger K.J.: Design and control of warehouse order picking: A literature review. Elsevier, European Journal of Operational Research 182, 2007.
4. Krawczyk S. (ed.): Logistyka. Teoria i praktyka. Difin, Warszawa 2011.
5. Łazicki A., Krużycka L., Zieliński L., Jurek R., Jaworska E., Krzyżak P.: Zarządzanie magazynem. Zapasy, WMS, Lean, Bezpieczeństwo, Wiedza i Praktyka, Warszawa 2016.
6. Michłowicz E.: Zarys logistyki przedsiębiorstwa. Wydawnictwo AGH, Kraków 2012.
7. Szymczak M. (ed.): Decyzje logistyczne z Excelem. Difin, Warszawa 2011.

WYKORZYSTANIE PROBLEMU PRZYDZIAŁU W OPTYMALIZACJI PROCESU KOMPLETACJI

1. Wprowadzenie

W praktyce działalności gospodarczej mamy do czynienia z sytuacjami decyzyjnymi, a jak wiadomo w biznesie nie ma nic trudniejszego a zarazem cenniejszego niż umiejętność podejmowania decyzji, szczególnie w konsekwencji ich kosztów [3].

W obszarze działalności przedsiębiorstw dystrybucyjnych zasadnicze składowe kosztów generują dwie sfery: magazynowanie i transport. Główne części składowe kosztów magazynowania stanowią koszty: obiektu magazynowego wraz z wyposażeniem (budynek, wyposażenie), kapitału oraz operacji magazynowych (przyjęcie, składowanie, kompletacja) [7].

Gospodarka magazynowa to pojęcie obszerne obejmujące nie tylko kompletny budynek infrastruktury wraz z personelem, ale również procesy zachodzące w poszczególnych sferach jego funkcjonowania generujące koszty [1].

W przypadku analizowanego problemu największe znaczenie mają koszty operacji magazynowych, które stanowią koszty pracy oraz infrastruktury wewnątrzmagazynowej. Organizacja pracy magazynu w znacznym stopniu zależy od jego pojemności, z reguły zgodnie z zasadą: im większy magazyn, tym większy stopień specjalizacji i złożoności procesu magazynowego. Specjalizacja ma na celu poprawę wydajności i jakości, a co za tym idzie obniżenie kosztów operacji magazynowych, na które składają się m.in. wydatki dotyczące przygotowania (kompletacji) zamówienia. Właściwa organizacja procesu kompletacji ma istotny wpływ na kolejne procesy, tj. konsolidację zamówień klientów oraz załadunek na środki transportu. Usprawnienie tego procesu znacznie wpłynie na wzrost efektywności [3].

Kompletacja jest częścią składową procesu komisjonowania i oznacza zestawienie określonych artykułów z przygotowanego zbioru asortymentów na podstawie zlecenia – informacji o zapotrzebowaniu. W wyniku operacji komisjonowania następuje zmiana stanu ładunku charakterystycznego dla składowania w formę charakterystyczną dla wydania materiałów. W ramach komisjonowania występują czynności, jak przygotowanie grup artykułów i danych

według zlecenia, pobieranie określonych w zleceniu ilości artykułów z całkowitego asortymentu magazynowego, przemieszczanie wybranego asortymentu, wydanie asortymentu i potwierdzenie wydania [4].

Proces kompletacji jest zespołem logistycznych czynności operacyjnych i organizacyjnych, w wyniku których następuje zestawienie asortymentów towarów zgodnie ze zleceniami wewnętrznymi w systemie magazynowania, sporządzonym na podstawie zamówień odbiorców [6].

Do podstawowych zadań strefy kompletacji należy:

- przyjmowanie jednostek ładunkowych ze strefy składowania,
- przemieszczanie jednostek ładunkowych na miejsce tymczasowego składowania (pole odkładcze),
- rozformowanie jednostek ładunkowych i rozmieszczenie towarów w miejscu przygotowania do kompletacji,
- pobieranie grup towarów określonych w zamówieniach odbiorców,
- przemieszczanie i manipulacja w miejscu kompletacji,
- kompletacja partii towarów według zleceń wewnętrznych lub zamówień zewnętrznych,
- kontrola wykonania i zgodności kompletacji ze zleceniem,
- formowanie jednostek wysyłkowych [6].

Równolegle z procesem kompletacji zamówienia dział obsługi klienta po otrzymaniu informacji o możliwości załadunku tworzy fakturę, którą przesyła do klienta. Proces realizacji zamówienia kończy się albo w momencie wystawienia produktów na rampę, załadunku samochodu, albo w momencie dostarczenia artykułów do klienta po stwierdzeniu zgodności dostawy z pierwotnym zamówieniem [5].

Procesy magazynowe są ze sobą ściśle powiązane. Poza organizacją poszczególnych działań w obszarze magazynu należy również zwrócić uwagę na analizę zależności pomiędzy poszczególnymi etapami przepływu towarowego w gospodarce magazynowej oraz ich wpływie na organizację pracy u odbiorcy [7].

2. Charakterystyka problemu

Analizie poddany zostanie problem przydziału zadań w jednym z procesów magazynowych. Głównym celem jest zaplanowanie pracy w sposób pozwalający na osiągnięcie najkrótszego czasu realizacji określonych zadań przy następujących założeniach:

- znane są sposoby oraz określona jest liczba zadań, z których każde ma cechować inny stopień pracochłonności,

- zasoby osobowe wykonujące poszczególne zadania, z których każde może cechować się inną pracochłonnością,
- do każdego zasobu można przypisać określone zadanie do wykonania,
- każde zadanie może być realizowane wyłącznie w całości przez jeden zasób,
- przydzielone muszą zostać wszystkie zadania, składające się z określonej liczby jednostek, które są jednocześnie parametrem wpływającym na czas realizacji przez poszczególnych pracowników,
- kolejność realizacji działań nie ma wpływu na czas ich realizacji [7].

Optymalne rozwiązanie to takie, w którym czas realizacji (jednego z pracowników) będzie minimalny, tj. każdy pozostały pracownik osiągnie czas równy lub krótszy przy założeniu, że zlecenia będą realizowane równolegle. Tak opisany problem może odnosić się zarówno do procesów magazynowych, jak i procesów produkcyjnych. W magazynie może być rozważany praktycznie każdy etap przepływu towaru, czyli przyjęcie, składowanie, kompletacja i konsolidacja. W tej sytuacji zasobami są pracownicy magazynowi odpowiedzialni za realizację poszczególnych procesów. W drugim przypadku zasobami mogą być pracownicy lub urządzenia, a zadaniem może być wytworzenie określonego półproduktu lub wyrobu gotowego [7].

W modelu matematycznym zakłada się, że istnieje m zleceń oraz n pracowników kompletacji, znana jest liczba kartonów do wydania w poszczególnych zleceniach, czas kompletacji jednego kartonu przez każdego z pracowników oraz stały czas rozpoczęcia i zakończenia zlecenia niezależne od liczby kartonów. Przyjmuje się następujące oznaczenia:

- a – stały czas kompletacji zlecenia,
- b_j – wydajność j -tego pracownika, wyrażona jako czas kompletacji jednego kartonu (gdzie: $j = 1, \dots, n$),
- c_i – liczbę kartonów w i -tym zleceniu (gdzie: $i = 1, \dots, m$).

Na podstawie powyższych danych powstaje macierz czasów kompletacji: $W = [w_{ij}]$ – macierz czasów przygotowania i -tych zleceń przez j -tych pracowników, które obliczane są jako:

$$w_{ij} = a + b_j \cdot c_i \quad (i = 1, \dots, m) \quad (j = 1, \dots, n) \quad (1)$$

przy oznaczeniach jak powyżej opisane.

Zmienna decyzyjna x_{ij} (czyli przydział lub nie danego zlecenia do magazyniera) przyjmuje wartości:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{gdy } j \text{ pracownik jest przydzielony do } i\text{-tego zlecenia} \\ 0 & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases}$$

Do sformułowania problemu optymalnego przydziału zleceń kompletacji do poszczególnych pracowników należy w pierwszej kolejności określić główne kryterium, przy czym z reguły optymalizuje się czas całkowitej kompletacji. W rozpatrywanym przypadku poszukiwana jest jednak kombinacja zmiennych, która umożliwi najszybsze przygotowanie pakietu (czyli wszystkich zleceń), co nie zawsze jest równoznaczne. W powyższej sytuacji czas przygotowania wszystkich zleceń będzie zależny od maksymalnego łącznego czasu kompletacji pakietu zleceń przydzielonego do jednego pracownika. W związku z powyższym funkcja celu sugeruje minimalizację maksymalnego łącznego czasu realizacji procesu kompletacji jednego z pracowników, zgodnie z zależnością [7]:

$$\max z \sum_{i=1}^m w_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (2)$$

przy czym spełnione muszą być następujące ograniczenia:

- 1) każde zlecenie musi zostać przydzielone do jednego z pracowników, tj.:

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \quad (i = 1, \dots, m) \quad (3)$$

- 2) w związku z tym, że zlecenie może być kompletowane w całości przez danego magazyniera lub w ogóle, należy przyjąć założenie o binarności zmiennych, tj.:

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i = 1, \dots, m)(j = 1, \dots, n) \quad (4)$$

przy oznaczeniach określonych powyżej.

Tak sformułowany problem optymalizacji należy do grup dyskretnych zadań decyzyjnych (jedna ze zmiennych przyjmuje wartość ze zbioru dyskretnego, np. ze zbioru liczb całkowitych lub ze zbioru liczb binarnych $\{0, 1\}$).

Arkusz kalkulacyjny zostanie tak zbudowany, aby umożliwić wyliczenie optymalnych zmiennych decyzyjnych przy użyciu dodatku SOLVER.

W analizowanym przykładzie utworzono arkusz kalkulacyjny dla grupy czterech magazynierów oraz piętnastu zleceń kompletacji. Arkusz o nazwie „dane” zawiera trzy tabele:

- 1) czas stały kompletacji jednego zlecenia (niezależny od liczby kartonów) **a** w komórce C10 – rys. 1,

- 2) wydajność poszczególnych magazynierów (określona jako czas kompletacji jednego kartonu) b_j w komórkach C16:F16 – rys. 2,
- 3) liczbę kartonów w poszczególnych zleceniach c_i w komórkach C22:C36 – rys. 3.

Po wpisaniu powyższych danych do arkusza „obliczenia” wyliczone zostaną czasy kompletacji poszczególnych zleceń przez magazynierów, zgodnie ze wzorem (1) wyniki znajdują się w komórkach C9:F23 – rys. 4. Kolejnym krokiem jest skonstruowanie z tabeli dla zmiennych decyzyjnych macierzy przydziału zleceń (rys. 5) do poszczególnych magazynierów: komórki wykropkowane C29:F43 (są to wartości X_{ij} , które będą zmienne w toku prowadzonych obliczeń). W komórkach G29:G43 znajdują się warunki ograniczające, które są sumą odpowiednich wartości dla tabeli zmiennych decyzyjnych. Suma każdego z wierszy powinna przyjąć wartość „1”, gdyż zlecenie może być przydzielone tylko jednemu pracownikowi [7].

Na podstawie przydzielonych zleceń do zasobów przeniesione zostaną odpowiednie czasy kompletacji do komórek C50:F64 (rys. 6). Następnie obliczone zostaną sumy czasów kompletacji przez każdego z magazynierów odpowiednio w komórkach C65, D65, E65, F65. Z kolei funkcja celu określająca optymalne rozwiązanie znajduje się w komórce H68, tworzy ją formuła wskazująca wartość maksymalną z sumy czasów kompletacji poszczególnych pracowników (użyta formuła „MAX(C65:F65)”) [7].

Za przykład rozważań optymalizacyjnych posłuży magazyn firmy dystrybucyjnej branży FMCG. W grupie klientów firmy znajdują się niezależni odbiorcy detaliczni, których zamówienia cechuje duże zróżnicowanie asortymentowe i ilościowe. W związku z powyższym zlecenia kompletacji będące pochodną zamówień klientów są równie zróżnicowane pod względem liczby jednostek (np. kartonów). Zlecenia są kompletowane przez zespoły magazynierów składające się z czterech osób. Każdy zespół ma za zadanie przygotować zamówienie klientów przypisane do trasy danego pojazdu jak najszybciej. Obecnie zlecenia są pobierane przez magazynierów danej brygady na podstawie kolejności pobrań (po zakończeniu kompletacji przydzielonego wcześniej zamówienia, pobierane jest następne wolne). Niestety metoda ta nie zawsze gwarantuje najkrótszy możliwy czas przygotowania zamówień klientów przypisanych do danej trasy oraz często pracownicy muszą czekać na zakończenie kompletacji przez jednego z nich. Przyczyną takiego stanu rzeczy może być fakt, że pracownicy o najsłabszych wynikach (wydajności) mogą otrzymać zlecenia z największą liczbą kartonów [7]. W związku z tym należy wprowadzić nowy algorytm przydziału zleceń biorący pod uwagę wydajność poszczególnych pracowników oraz wielkość zleceń. Do tego celu posłuży dodatek SOLVER, dlatego należy zebrać i wprowadzać do arkusza „dane” następujące informacje:

- 1) czas stały kompletacji zlecenia – rys. 1

	A	B	C	D
6				
7		Tablica czasu stałego kompletacji zlecenia a		
8				
9			Czas kompletacji a	
10		1	210	
11				

Rys. 1. Czas stały kompletacji

2) czas kompletacji kartonu przez poszczególnych magazynierów – rys. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
12									
13		Tablica czasu kompletacji pojedynczego kartonu przez pracowników magazynowych b_j							
14									
15			Pracownik magazynowy						
16			1	2	3	4			
17		Czas kompletacji jednego kartonu b_j							
18			3,5	4	5,5	4,5			

Rys. 2. Czas kompletacji jednego kartonu przez poszczególnych magazynierów

3) liczba kartonów w zleceniach – rys. 3

	A	B	C	D	E	F
19						
20		Tablica ilości kartonów w zleceniach kompletacji c_i				
21						
22		Nr zlecenia	Liczba kartonów c_i			
23		1	40			
24		2	50			
25		3	80			
26		4	30			
27		5	5			
28		6	25			
29		7	46			
30		8	61			
31		9	90			
32		10	74			
33		11	2			
34		12	9			
35		13	27			
36		14	63			
37		15	98			
38		Razem	700			
39						

Rys. 3. Liczba kartonów w zleceniach kompletacji

Wprowadzone dane w arkuszu „obliczenia” posłużą do przeliczenia czasów kompletacji wszystkich zleceń przez magazynierów. Uzyskane wyniki przedstawiono na rys. 4 w tabeli macierzy czasów kompletacji zleceń przez pracowników magazynowych, w której można zauważyć różnice wydajności pracowników przekładające się na czas realizacji przydzielonych zadań.

	A	B	C	D	E	F	G	H
5								
6		Macierz czasów kompletacji zleceń przez pracowników magazynowych w t_{ij}						
7								
8		Nr zlecenia i, j	Pracownik magazynowy					
9			1	2	3	4		
10			1	350	370	430	390	
11			2	385	410	485	435	
12			3	490	530	650	570	
13			4	315	330	375	345	
14			5	227,5	230	237,5	232,5	
15			6	297,5	310	347,5	322,5	
16			7	371	394	463	417	
17			8	423,5	454	545,5	484,5	
18			9	525	570	705	615	
19			10	469	506	617	543	
20			11	217	218	221	219	
21			12	241,5	246	259,5	250,5	
22			13	304,5	318	358,5	331,5	
23			14	430,5	462	556,5	493,5	
24			15	553	602	749	651	
25								

Rys. 4. Macierz czasów kompletacji zleceń przez pracowników magazynowych

W tym samym arkuszu losowo zostały wypełnione (wykropkowane) pola, które określają przydział poszczególnych zleceń do danych pracowników magazynowych – rys. 5.

	A	B	C	D	E	F	G	H
26								
27		Tabela z przydziałem kompletacji i -tego zlecenia do j -tego magazyniera						
28								
29		Nr zlecenia	Pracownik magazynowy				Liczba pracowników	
30		i, j	1	2	3	4	przydzielonych do zlecenia	
31		1		1			1	
32		2	1				1	
33		3			1		1	
34		4				1	1	
35		5				1	1	
36		6		1			1	
37		7			1		1	
38		8			1		1	
39		9	1				1	
40		10		1			1	
41		11		1			1	
42		12			1		1	
43		13				1	1	
44		14	1				1	
45		15	1				1	
46								

Rys. 5. Macierz przydziału zleceń kompletacji do pracowników magazynowych przed uruchomieniem dodatku SOLVER (dane losowe)

Należy pamiętać o założeniu binarności danych (dane zlecenie może być realizowane w całości przez danego pracownika lub w ogóle). Ponadto każde zlecenie może być kompletowane tylko raz, co jest kontrolowane przez wyniki w komórkach G31:G45, które stanowią sumę przydziałów danego zlecenia do poszczególnych magazynierów i nie powinny osiągać wartości innej niż 1 [7].

Wynik wykonanego losowo przydziału obliczony został w kolejnej tabeli arkusza „obliczenia” zaprezentowanej na rys. 6.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
47									
48		Tabela obliczeń czasów kompletacji							
49									
50		Nr zlecenia	Pracownik magazynowy						
51		i, j	1	2	3	4	Czas kompletacji zlecenia		
52		1	0	370	0	0	370		
53		2	385	0	0	0	385		
54		3	0	0	650	0	650		
55		4	0	0	0	345	345		
56		5	0	0	0	232,5	232,5		
57		6	0	310	0	0	310		
58		7	0	0	463	0	463		
59		8	0	0	545,5	0	545,5		
60		9	525	0	0	0	525		
61		10	0	506	0	0	506		
62		11	0	218	0	0	218		
63		12	0	0	259,5	0	259,5		
64		13	0	0	0	331,5	331,5		
65		14	430,5	0	0	0	430,5		
66		15	553	0	0	0	553		
		Czas kompletacji zleceń przydzielonych do magazyniera							
67			1893,5	1404	1918	909	6124,5	Funkcja celu	
68							Maksimum z czasów kompletacji wszystkich zleceń przydzielonych do danego magazyniera		
69								1918	

Rys. 6. Macierz czasów kompletacji dla przydzielonych zleceń przed uruchomieniem dodatku SOLVER (dane losowe)

W komórkach C67:D67 obliczone zostały sumy czasów kompletacji zleceń przydzielonych do pracowników magazynowych. Natomiast wynik funkcji celu zawiera komórka H68, dla przydziału losowego wynosi on 1918 s. Wartość ta wyraża najdłuższy czas kompletacji przez jednego z pracowników rozpatrywanej brygady, który stanowi czas zakończenia przygotowania wszystkich zleceń przydzielonych do danej grupy.

Do znalezienia rozwiązania optymalnego wykorzystany został dodatek SOLVER. Po jego uruchomieniu pojawia się okno dialogowe, w którym należy określić założenia opisywanego modelu, tj. adres funkcji celu, pożądany wynik funkcji celu (min, maks, określona wartość), adresy komórek zmiennych oraz warunki ograniczające – rys. 7.

Parametry dodatku Solver

Ustaw cel:

Na: ☐ Maks ☒ Min ☐ Wartość:

Przez zmienianie komórek zmiennych:

Podlegających ograniczeniom:

☒ Ustaw wartości nieujemne dla zmiennych bez ograniczeń

Wybierz metodę rozwiązywania:

Metoda rozwiązywania

W przypadku gładkich nieliniowych problemów dodatku Solver wybierz aparat nieliniowy GRG. Dla liniowych problemów dodatku Solver wybierz aparat LP simpleks, natomiast w przypadku problemów, które nie są gładkie, wybierz aparat ewolucyjny.

Rys. 7. Ustawienia w oknie dialogowym dodatku SOLVER

Wynik działania modułu SOLVER ukazany jest w arkuszu „obliczenia” w polach zakropkowanych, których wartości zostają zmienione według rozwiązania optymalnego zobrazowano na rys. 8.

	A	B	C	D	E	F	G	H
26								
27		Tabela z przydziałem kompletacji <i>i</i> -tego zlecenia do <i>j</i> -tego magazyniera						
28								
29		Nr zlecenia	Pracownik magazynowy				Liczba pracowników	
30		<i>i, j</i>	1	2	3	4	przydzielonych do zlecenia	
31		1	0	1	0	0	1	1
32		2	1	0	0	0	1	1
33		3	0	0	1	0	1	1
34		4	0	0	1	0	1	1
35		5	0	0	1	0	1	1
36		6	0	1	0	0	1	1
37		7	0	0	0	1	1	1
38		8	0	0	0	1	1	1
39		9	1	0	0	0	1	1
40		10	0	1	0	0	1	1
41		11	1	0	0	0	1	1
42		12	0	0	1	0	1	1
43		13	0	1	0	0	1	1
44		14	1	0	0	0	1	1
45		15	0	0	0	1	1	1
46								

Rys. 8. Macierz przydziału zleceń kompletacji magazynowych po uruchomieniu modułu SOLVER

Natomiast wynik optymalnego rozwiązania przedstawia ono na poniższym rys. 9.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
47									
48		Tabela obliczeń czasów kompletacji							
49									
50		Nr zlecenia	Pracownik magazynowy						
51		i,j	1	2	3	4	Czas kompletacji zlecenia		
52		1	0	370	0	0	370		
53		2	385	0	0	0	385		
54		3	0	0	650	0	650		
55		4	0	0	375	0	375		
56		5	0	0	237,5	0	237,5		
57		6	0	310	0	0	310		
58		7	0	0	0	417	417		
59		8	0	0	0	484,5	484,5		
60		9	525	0	0	0	525		
61		10	0	506	0	0	506		
62		11	217	0	0	0	217		
63		12	0	0	259,5	0	259,5		
64		13	0	318	0	0	318		
65		14	430,5	0	0	0	430,5		
66		15	0	0	0	651	651		
		Czas kompletacji zleceń przydzielonych do magazyniera							
67			1557,5	1504	1522	1552,5	6136	Funkcja celu	
							Maksimum z czasów kompletacji wszystkich zleceń przydzielonych do danego magazyniera		
68								1557,5	
69									

Rys. 9. Macierz czasów kompletacji dla przydzielonych zleceń po uruchomieniu dodatku SOLVER

Na rys. 10 zestawiono porównanie wyników analizy zleceń kompletacji przed i po zastosowaniu dodatku SOLVER.

Rys. 10. Porównanie wyników analizy zleceń kompletacji przed i po zastosowaniu modułu SOLVER [s]

Jak wynika z rys. 10, czas przygotowywania pakietu zleceń skrócił się w stosunku do pierwotnego rozwiązania wygenerowanego losowo o 360,5 sekundy (tj. o ponad 6 min). Natomiast czas całkowity wydłużył się o 11,5 sekund.

Największa liczba zleceń oraz zadania zawierające największą liczbę kartonów przydzielone zostały do pracowników najbardziej wydajnych oznaczonych jako 1 i 2. Otrzymane rozwiązanie zapewnia zatem najszybsze przygotowanie wszystkich zamówień przydzielonych do określonego zespołu pracowników procesu kompletacji.

3. Literatura

1. Galińska B., *Gospodarka materiałowa*. Difin, Warszawa 2016.
2. Kauf S., Tłuczak A.: *Optymalizacja decyzji logistycznych*. Difin, Warszawa 2016.
3. Koster R. de, Le-Duc T., Roodberger K.J.: Design and control of warehouse order picking: A literature review. Elsevier, *European Journal of Operational Research* 182, 2007.
4. Krawczyk S. (red.): *Logistyka. Teoria i praktyka*. Difin, Warszawa 2011.
5. Łazicki A., Krużycka L., Zieliński L., Jurek R., Jaworska E., Krzyżak P.: *Zarządzanie magazynem. Zapasy, WMS, Lean, Bezpieczeństwo, Wiedza i Praktyka*, Warszawa 2016.
6. Michłowicz E.: *Zarys logistyki przedsiębiorstwa*. Wydawnictwo AGH, Kraków 2012.
7. Szymczak M. (red.): *Decyzje logistyczne z Excelem*. Difin, Warszawa 2011.