THE CONCEPT OF FUZZY MODELING OF SAFETY IN COLLECTIVE WATER SUPPLY SYSTEMS USING BAYESIAN NETWORK

KONCEPCJA ROZMYTEGO MODELOWANIA BEZPIECZEŃSTWA W SYSTEMACH ZBIOROWEGO ZAOPATRZENIA W WODĘ Z WYKORZYSTANIEM SIECI BAYESA

Barbara Tchórzewska – Cieślak, Dawid Szpak

Politechnika Rzeszowska

e-mail: cbarbara@prz.edu.pl, dsz@prz.edu.pl

Abstract: The paper presents the use of fuzzy Bayesian network in safety modeling with regard to collective water supply system (CWSS). The theoretical basis of Bayesian networks and fuzzy modeling were presented. The paper presents failure events threatening the CWSS safety. The probability of the risk of lack of water supply to the city was designated. The model allows to determine the fuzzy probability of the risk at a given level.

Keywords: collective water supply system, Bayesian network

Streszczenie: W pracy zaproponowano wykorzystanie rozmytych sieci Bayesa w modelowaniu bezpieczeństwa systemu zbiorowego zaopatrzenia w wodę (SZZW). Przedstawiono podstawy teoretyczne sieci Bayesa oraz modelowania rozmytego. Wskazano zdarzenia awaryjne zagrażające bezpieczeństwu SZZW oraz wyznaczono prawdopodobieństwo ryzyka braku dostawy wody do miasta. Opracowany model umożliwia wyznaczenie rozmytego prawdopodobieństwa wystąpienia ryzyka o określonym poziomie.

Słowa kluczowe: system zbiorowego zaopatrzenia w wodę, sieć Bayesa

1. Wstęp

System zbiorowego zaopatrzenia w wodę (SZZW) stanowi podstawowy element infrastruktury komunalnej aglomeracji miejskich. Zagrożenia wynikające z zawodności ich funkcjonowania niejednokrotnie powodują utratę bezpieczeństwa konsumentów wody. Niezawodność dostawy wody dla konsumentów polega na zapewnieniu stabilnych warunków, umożliwiających pokrycie bieżącego i perspektywicznego zapotrzebowania na wodę zgodnie z obowiązującymi przepisami odnośnie ilości i jakości dostarczanej wody. Bezpieczeństwo SZZW interpretowane jest najczęściej jako zdolność tego systemu do unikania zagrożeń [5, 9].

W odniesieniu do konsumentów wody, bezpieczeństwo rozumiane jest jako prawdopodobieństwo uniknięcia zagrożenia wynikającego ze spożycia wody o jakości niezgodnej z obowiązującym normatywem lub z brakiem dostawy wody. Zgodnie z Rozporządzeniem [10] woda jest bezpieczna dla zdrowia ludzkiego, jeżeli jest wolna od mikroorganizmów chorobotwórczych i pasożytów w liczbie stanowiącej potencjalne zagrożenie dla zdrowia, substancji chemicznych w ilościach zagrażających zdrowiu oraz nie ma agresywnych właściwości korozyjnych.

W analizie i ocenie bezpieczeństwa SZZW przyjęto stosowanie jako podstawowej miary wielkości ryzyka, która definiowana jest jako funkcja trzech podstawowych parametrów tj. prawdopodobieństwa zajścia zdarzeń niepożądanych, konsekwencji tych zdarzeń oraz podatności systemu na zagrożenia [9, 14]:

$$R = \bigcup_{i=1}^N P_{si} \cdot C_{si} \cdot V_{si} \quad (1)$$

gdzie:

- S_i – i-ty reprezentatywny scenariusz awaryjny (RSA) opisany jako ciąg następujących po sobie zdarzeń niepożądanych (awarii),
- P_{si} – prawdopodobieństwo wystąpienia i-tego RSA,
- C_{si} – wartość strat wywołanych przez i-ty RSA,
- V_{si} – wartość związana z parametrem podatności na zagrożenie związane z i-tym RSA,
- N – liczba RSA, które mogą wystąpić w SZZW.

Stosowane powszechnie metody analizy i oceny ryzyka [4, 6, 9, 13], w większości bazują na danych eksploatacyjnych dotyczących zdarzeń niepożądanych pozyskiwanych od przedsiębiorstw wodociągowych.

Nowym nurtem pojawiającym się w literaturze światowej jest analiza ryzyka w warunkach niepewności [7]. W takich przypadkach można wykorzystać modelowanie rozmyte, które interpretuje się jako modelowanie wielowartościowe. W odróżnieniu od granicy zbioru klasycznego, granica zbioru rozmytego nie jest określona precyzyjnie. Do analizy przyczynowo-skutkowej zdarzeń niepożądanych można wykorzystać tzw. sieci Bayesa [12, 16].

W pracy zaproponowano wykorzystanie rozmytych sieci Bayesa w modelowaniu bezpieczeństwa SZZW.

2. Podstawy sieci Bayesa i modelowana rozmytego

Sieć Bayesa przedstawia zależność przyczynowo skutkową pomiędzy zdarzeniami za pomocą grafu skierowanego. Każde zdarzenie reprezentowane jest jako wierzchołek grafu. Jeżeli zajście zdarzenia X_j ma wpływ na zajście zdarzenia X_i , to w modelu grafowym istnieje łuk (X_j, X_i) wychodzący z X_j i wchodzący do X_i . Wierzchołek X_j nazywa się „rodzicem” wierzchołka X_i . Przez $\pi(X)$ oznacza się zbiór wszystkich „rodziców” wierzchołka X [16]. Na rysunku 1 przedstawiono przykład grafu sieci Bayesa dla siedmiu zdarzeń elementarnych.

Rys. 1 Przykład sieci Bayesa

Dla grafu G przedstawionego na rysunku 1 zależności pomiędzy zdarzeniami przedstawiają się następująco: $\pi(X_1) = \{X_2, X_3\}$, $\pi(X_2) = \{X_4, X_5\}$, $\pi(X_3) = \{X_6\}$, $\pi(X_4) = \{\emptyset\}$, $\pi(X_5) = \{\emptyset\}$, $\pi(X_6) = \{X_7\}$, $\pi(X_7) = \{\emptyset\}$.

Podstawowym założeniem w sieciach Bayesa jest niezależność każdego wierzchołka od wierzchołków niebędących jego rodzicami. Najczęściej każde zdarzenie utożsamia się z odpowiadającą mu zmienną losową o tej samej nazwie, przy założeniu, że wszystkie zmienne losowe odpowiadające zdarzeniom są dwuwartościowe (1 – zdarzenie, które zachodzi, 0 – zdarzenie przeciwne zdarzeniu zachodzącemu). Zależności między zdarzeniami są wyrażane za pomocą prawdopodobieństw warunkowych. Dla wierzchołka X , którego rodzice są w zbiorze $\pi(X)$, zależności te reprezentowane są przez tablice prawdopodobieństw warunkowych (TPW) [16]. W TPW dla zmiennej X muszą być określone wartości wszystkich prawdopodobieństw $P(X|\pi(X))$ (dla wszystkich możliwych kombinacji wartości zmiennych ze zbioru $\pi(X)$). Tablica dla wierzchołka, który nie ma rodziców, zawiera prawdopodobieństwa przyjęcia przez zmienną losową X poszczególnych jej wartości. Jeżeli sieć posiada n wierzchołków: $X_1, \dots, X_n$, to łączny rozkład prawdopodobieństwa wszystkich zmiennych losowych przedstawia zależność [1, 2]:

$$P(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | \pi(X_i)) \quad (2)$$

W modelowaniu rozmytym przynależność do zbioru określana jest za pomocą tzw. funkcji przynależności μ_A , gdzie A oznacza zbiór liczb rozmytych. Zbiory rozmyte mogą służyć do opisu różnych pojęć lingwistycznych związanych z analizą ryzyka (małe, średnie, duże, bardzo duże). Wartościami funkcji przynależności μ_A są liczby rzeczywiste z przedziału [0, 1]. Funkcja przynależności może mieć różne kształty, najczęściej są wykorzystywane funkcje typu gaussowskiego, trójkątnego lub trapezoidalnego [3, 8, 16]. Szczegółowe modele Baysowskie oraz modele rozmyte dla analizy ryzyka awarii sieci wodociągowej opisane zostały w pracach [13, 14, 15].

3. Rozmyty model sieci Bayesa ryzyka awarii SZZW

Rozmyte sieci Bayesa (RSB) opracowane jako model ryzyka awarii w SZZW przedstawiają zależności przyczynowo-skutkowe pomiędzy zdarzeniami niepożądanymi w SZZW, przy czym prawdopodobieństwa zajścia poszczególnych zdarzeń oraz TPW opisane są za pomocą tzw. prawdopodobieństwa rozmytego oznaczonego jako P_f . Wartości poszczególnych parametrów (czynników) ryzyka opisuje odpowiednio przyjęta funkcja przynależności, zgodnie z zasadami podanymi w pracach [14, 15]. Wyznaczenie zależności pomiędzy poszczególnymi zależnościami opiera się na podstawowych zasadach dla sieci Bayesa oraz z wykorzystaniem operatorów rozmytych [3, 8, 11]. W modelu RSB łączny rozkład prawdopodobieństwa wszystkich zmiennych losowych wchodzących w skład sieci wynosi:

$$P_f(X_1, \dots, X_n) \cong \prod_{i=1}^n P_f(X_i | \pi(X_i)) \quad (3)$$

Wzór 3 jest zmodyfikowaną postacią wzoru 2. Na rysunku 2 przedstawiono zależność przyczynowo – skutkową ryzyka braku dostawy wody do konsumentów.

Rys. 2 Model sieci Bayesa dla ryzyka braku dostawy wody do konsumentów

Oznaczenia zastosowane na rysunku 2 charakteryzują:

R – ryzyko braku dostawy wody

- ryzyko tolerowane r_1 ,
- ryzyko kontrolowane r_2 ,
- ryzyko nieakceptowane r_3 ,

X_1 – przerwa w dostawie wody

- x_{11} – awaria sieci wodociągowej,
- x_{12} – brak dostawy wody ze stacji uzdatniania wody (SUW),
- x_{13} – awaria strefowych pompowni wodociągowych,

X_2 – ochrona konsumentów przed zaistniałym zagrożeniem

- mała – x_{21} ,
- wystarczająca – x_{22} ,

Na podstawie rysunku 2 oraz zależności (2) i (3), łączny rozkład rozmytego prawdopodobieństwa braku dostawy wody wynosi:

$$P_f(R = r_n) \cong \sum_{X_1=i, X_2=j} P_f(R = r_n | X_1 = x_i \otimes X_2 = x_j) \otimes P_f(X_1 = x_i) \otimes P_f(X_2 = x_j) \quad (4)$$

gdzie:

- n – kategoria ryzyka (r_1 – ryzyko tolerowane, r_2 – ryzyko kontrolowane, r_3 – ryzyko nieakceptowane),
- i – dana wartość zdarzenia X_1 ; $i = x_{11}, x_{12}, x_{13}$,
- j – dana wartość zdarzenia X_2 ; $j = x_{21}, x_{22}$,
- $\otimes$ – operator tzw. T-normy (iloczyn rozmyty).

Zgodnie z zależnością (4) wyznaczono poszczególne wartości rozmytych prawdopodobieństw dla każdej kategorii ryzyka. Operator $\otimes$ zamieniono na iloczyn algebraiczny.

Rozmyte prawdopodobieństwo, że ryzyko jest tolerowane wynosi:

$$P_f(R = r_1) = P_f(R = r_1 | X_1 = x_{11} \wedge X_2 = x_{21}) \cdot P_f(X_1 = x_{11}) \cdot P_f(X_2 = x_{21}) + P_f(R = r_1 | X_1 = x_{11} \wedge X_2 = x_{22}) \cdot P_f(X_1 = x_{11}) \cdot P_f(X_2 = x_{22}) + P_f(R = r_1 | X_1 = x_{12} \wedge X_2 = x_{21}) \cdot P_f(X_1 = x_{12}) \cdot P_f(X_2 = x_{21}) + P_f(R = r_1 | X_1 = x_{12} \wedge X_2 = x_{22}) \cdot P_f(X_1 = x_{12}) \cdot P_f(X_2 = x_{22}) + P_f(R = r_1 | X_1 = x_{13} \wedge X_2 = x_{21}) \cdot P_f(X_1 = x_{13}) \cdot P_f(X_2 = x_{21}) + P_f(R = r_1 | X_1 = x_{13} \wedge X_2 = x_{22}) \cdot P_f(X_1 = x_{13}) \cdot P_f(X_2 = x_{22})$$

Rozmyte prawdopodobieństwo, że ryzyko jest kontrolowane wynosi:

$$P_f(R = r_2) = P_f(R = r_2 | X_1 = x_{11} \wedge X_2 = x_{21}) \cdot P_f(X_1 = x_{11}) \cdot P_f(X_2 = x_{21}) + P_f(R = r_2 | X_1 = x_{11} \wedge X_2 = x_{22}) \cdot P_f(X_1 = x_{11}) \cdot P_f(X_2 = x_{22}) + P_f(R = r_2 | X_1 = x_{12} \wedge X_2 = x_{21}) \cdot P_f(X_1 = x_{12}) \cdot P_f(X_2 = x_{21}) + P_f(R = r_2 | X_1 = x_{12} \wedge X_2 = x_{22}) \cdot P_f(X_1 = x_{12}) \cdot P_f(X_2 = x_{22}) + P_f(R = r_2 | X_1 = x_{13} \wedge X_2 = x_{21}) \cdot P_f(X_1 = x_{13}) \cdot P_f(X_2 = x_{21}) + P_f(R = r_2 | X_1 = x_{13} \wedge X_2 = x_{22}) \cdot P_f(X_1 = x_{13}) \cdot P_f(X_2 = x_{22})$$

Rozmyte prawdopodobieństwo, że ryzyko jest nieakceptowane wynosi:

$$P_f(R = r_3) = P_f(R = r_3 | X_1 = x_{11} \wedge X_2 = x_{21}) \cdot P_f(X_1 = x_{11}) \cdot P_f(X_2 = x_{21}) + P_f(R = r_3 | X_1 = x_{11} \wedge X_2 = x_{22}) \cdot P_f(X_1 = x_{11}) \cdot P_f(X_2 = x_{22}) + P_f(R = r_3 | X_1 = x_{12} \wedge X_2 = x_{21}) \cdot P_f(X_1 = x_{12}) \cdot P_f(X_2 = x_{21}) + P_f(R = r_3 | X_1 = x_{12} \wedge X_2 = x_{22}) \cdot P_f(X_1 = x_{12}) \cdot P_f(X_2 = x_{22}) + P_f(R = r_3 | X_1 = x_{13} \wedge X_2 = x_{21}) \cdot P_f(X_1 = x_{13}) \cdot P_f(X_2 = x_{21}) + P_f(R = r_3 | X_1 = x_{13} \wedge X_2 = x_{22}) \cdot P_f(X_1 = x_{13}) \cdot P_f(X_2 = x_{22})$$

Dla każdej zmiennej X , na podstawie informacji zawartych w [14], wyznaczono trójkątne funkcje przynależności o ogólnej postaci:

$$\mu_A = \begin{cases} 0 & \text{dla } X \leq a \\ \frac{X-a}{b-a} & \text{dla } a < X \leq b \\ \frac{c-X}{c-b} & \text{dla } b < X \leq c \\ 0 & \text{dla } X > c \end{cases} \quad (5)$$

gdzie:

X – zmienna,

μ_A – funkcja przynależności zmiennej X do zbioru rozmytego A ,

a, b, c – parametry funkcji przynależności (wartość minimalna, środkowa i maksymalna)

W tabelach 1,2 oraz 3 przedstawiono rozmyte TPW dla wierzchołków sieci zgodnie z rysunkiem 2.

Tabela 1. Rozmyta TPW dla $P_f(R/X_1, X_2)$

X_1	X_2	$P_f(R=r_1 X_1, X_2)$	$P_f(R=r_2 X_1, X_2)$	$P_f(R=r_3 X_1, X_2)$
x_{11}	x_{21}	(0,60; 0,65; 0,70)	(0,30; 0,35; 0,40)	(0,19; 0,20; 0,25)
	x_{22}	(0,19; 0,20; 0,21)	(0,30; 0,31; 0,32)	(0,60; 0,65; 0,70)
x_{12}	x_{21}	(0,30; 0,31; 0,32)	(0,71; 0,72; 0,73)	(0,05; 0,07; 0,09)
	x_{22}	(0,10; 0,15; 0,20)	(0,25; 0,30; 0,35)	(0,75; 0,80; 0,85)
x_{13}	x_{21}	(0,04; 0,05; 0,06)	(0,20; 0,25; 0,30)	(0,60; 0,65; 0,70)
	x_{22}	(0,20; 0,21; 0,22)	(0,40; 0,45; 0,50)	(0,80; 0,85; 0,90)

Tabela 2. Rozmyta TPW dla X_1

X_1	$P_f(X_1)$
x_{11}	(0,10; 0,15; 0,20)
x_{12}	(0,30; 0,31; 0,32)
x_{13}	(0,60; 0,62; 0,62)

Tabela 3. Rozmyta TPW dla X_2

X_2	$P_f(X_2)$
x_{21}	(0,30; 0,35; 0,40)
x_{22}	(0,60; 0,65; 0,70)

Opracowany model umożliwia wyznaczenie rozmytego prawdopodobieństwa wystąpienia ryzyka o określonym poziomie. Wynikiem modelowania są wartości prawdopodobieństwa dla każdego poziomu ryzyka, opisane za pomocą funkcji przynależności.

Ocena ryzyka polega na interpretacji wyniku na podstawie wynikowej funkcji przynależności. Ponadto opracowany model umożliwia wyznaczenie prawdopodobieństw cząstkowych dla zdarzeń wchodzących w skład zdefiniowanej sieci Bayesa. Model można modyfikować w zależności od wiedzy oraz posiadanej bazy danych. W pracy podano jedynie przykład rozmytych TPW opierając się na wiedzy ekspertów.

4. Podsumowanie

- Współczesne czynne zarządzanie ryzykiem w przedsiębiorstwie wodociągowym polega na rozpoznaniu i analizie przyczyn ryzyka, ograniczaniu strat oraz budowaniu strategii sukcesu. Efektem, który należy osiągnąć, jest uzyskanie możliwości sterowania ryzykiem i szansy na sprowadzenie go do poziomu tolerowanego.
- W procesach modelowania związanych z analizą ryzyka awarii w SZZW pojawia się pojęcie niepewności. Najczęstszym przypadkiem niepewności jest tzw. niepewność statystyczna, spowodowana losową naturą zdarzeń awaryjnych, wpływem czynników zewnętrznych (nieprecyzyjnymi danymi) lub czynnikiem czasu, który warunkuje zmianę badanego zdarzenia niepożądanego.
- Teoria zbiorów rozmytych umożliwia przeprowadzenie analizy ryzyka w języku naturalnym (np. małe straty, ryzyko tolerowane) na podstawie doświadczenia ekspertów. Jej zastosowanie pozwala na modelowanie zależności nieliniowych, gdzie opis analityczny, statystyczny lub probabilistyczny jest trudny lub niemożliwy.
- Połączenie modelowania rozmytego analizy ryzyka z sieciami Bayesa, umożliwia analizę zależności przyczynowo-skutkowych zdarzeń w warunkach niepewnej informacji.
- Korzystając z zaproponowanej metody, uzyskuje się informacje dotyczące tego, jaki wystąpi poziom ryzyka (w przyjętej skali) i z jakim prawdopodobieństwem na podstawie wynikowej funkcji przynależności.

5. Literatura

- [1] Bernardo J.M., Smith A.F.M.: Bayesian theory. Wiley, Chichester 1993.
- [2] Bishop C.M.: Pattern Recognition and Machine Learning. Springer, New York 2006.
- [3] Braglia M., Frosolini M., Montanari R.: Fuzzy criticality assessment model for failure modes and effects analysis. International Journal of Quality & Reliability Management, 20(4), 2003, s. 503-524.
- [4] Brandowski A.: Bezpieczeństwo obiektu technicznego – pojęcia. Mat. XXXIV Zimowej Szkoły Niezawodności PAN „Niekonwencjonalne metody oceny trwałości i niezawodności. Wydawn. Wydziału Transportu Politechniki Warszawskiej, Szczyrk 2006, s. 54-59.
- [5] Christodoulous S., Charalambous C., Adamou A.: Rehabilitation and maintenance of water distribution network assets. Water Science and Technology, Water Supply, IWA Publishing, 8(2), 2008, s. 64-75.

- [6] Haimes Y.Y.: On the complex definition of risk: a systems-based approach. *Risk Analysis*, 29(12), 2009, s. 1647-1654
- [7] Kaczmarek Z.: Rozważania w sprawie ryzyka i niepewności. Monografie Komitetu Gospodarki Wodnej PAN, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000, s. 46-54.
- [8] Kleiner Y., Rajani B.B., Sadiq R.: Failure risk management of buried infrastructure using fuzzy-based techniques. *Journal of Water Supply Research and Technology, Aqua*, 55(2), 2006, s. 81-94.
- [9] Rak J.: Selected problems of water supply safety. *Environmental Protection Engineering*, Wydawn. Politechniki Wrocławskiej, 35, 2009, s. 29-35.
- [10] Rozporządzenie Ministra Zdrowia z dnia 29 marca 2007 roku w sprawie jakości wody przeznaczonej do spożycia przez ludzi wraz ze zmianami z 20 kwietnia 2010 roku.
- [11] Sadiq R., Kleiner Y., Rajani B.: Water quality failures in distribution networks – risk analysis using fuzzy logic and evidential reasoning. *Risk Analysis*, 27(5), 2007, s. 1381-1394.
- [12] Tchórzewska-Cieślak B.: Bayesian model of Urban water safety management. *Global NEST Journal*, Vol 16, No 4, pp 667-675, 2014.
- [13] Tchórzewska-Cieślak B.: Matrix method for estimating the risk of failure in the collective water supply system using fuzzy logic. *Environmental Protection Engineering*, Wydawn. Politechniki Wrocławskiej, 3 (37), s. 111-118, 2011.
- [14] Tchórzewska – Cieślak B.: Metody analizy i oceny ryzyka awarii podsystemu dystrybucji wody, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2011.
- [15] Tchórzewska-Cieślak B.: Rozmyty model ryzyka awarii sieci wodociągowej. *Ochrona Środowiska*, Wydawn. PZiTS O/Dolnośląski, 1(33), 2011, s.35-41.
- [16] Tchórzewska-Cieśla B., Włoch A.: Method for risk assessment in water supply systems. Berlin 2006, s. 279-288.

Dr hab. inż. Barbara Tchórzewska – Cieślak, prof. PRz pracuje na stanowisku profesora nadzwyczajnego w Katedrze Zaopatrzenia w Wodę i Odprowadzania Ścieków Politechniki Rzeszowskiej. Zainteresowania naukowe: eksploatacja systemów zbiorowego zaopatrzenia w wodę, niezawodność i bezpieczeństwo systemów inżynierskich, niekonwencjonalne metody analizy i oceny ryzyka.

Mgr inż. Dawid Szpak w roku 2013 ukończył studia na Wydziale Budownictwa i Inżynierii Środowiska Politechniki Rzeszowskiej. Pracuje na stanowisku asystenta w Katedrze Zaopatrzenia w Wodę i Odprowadzania Ścieków Politechniki Rzeszowskiej. Zainteresowania naukowe: niezawodność w systemach zbiorowego zaopatrzenia w wodę, zdarzenia incydentalne w systemach zbiorowego zaopatrzenia w wodę.