J. Hydrol. Hydromech., *58*, 2010, 2, 73–87
DOI: 10.2478/v10098-010-0008-y

TEORIE MOŽNOSTI V HYDROLOGII A VODNÍM HOSPODÁŘSTVÍ

KAREL NACHÁZEL, PAVEL FOŠUMPAUR

ČVUT, Fakulta stavební, Thákurova 7, 166 29 Praha 6, Česká republika; Mailto: fosumpaur@fsv.cvut.cz

Studie uvádí do problematiky teorie možnosti, jejíž základy položil *Zadeh* (1978) s využitím teorie fuzzy množin, a objasňuje její základní pojmy a principy. Cílem studie bylo ověřit metodické postupy teorie možnosti na aktuálních vodohospodářských úlohách. V případové studii se zkoumaly možnosti současného nastání několika příčinných faktorů hydrologických situací a jejich dopady na vodní zdroje ve změněných klimatických podmínkách. Ve druhé úloze byly posuzovány dopady klimatické změny na zásobní funkci nádrže Šance v povodí Odry. V závěru se uvádějí problémy otevřené pro další výzkum.

KLÍČOVÁ SLOVA: teorie možnosti, teorie fuzzy množin, funkce příslušnosti, fuzzy regulátor, míra možnosti, distribuční funkce možnosti, klimatická změna, klimatický model, nádrž.

Karel Nacházel, Pavel Fošumpaur: POSSIBILITY THEORY IN HYDROLOGY AND WATER MANAGEMENT. J. Hydrol. Hydromech. *58*, 2010, 2; 40 Refs., 8 Figs, 1 Tab.

This study introduces the possibility theory, the foundations of which were laid by *Zadeh* (1978), using the fuzzy sets theory, and it clarifies its basic concepts and principles. The study was aimed to verify methodological procedures of the possibility theory in current water management tasks. The case study examined possibilities of simultaneous occurrence of several causal factors of hydrological situations, and their impacts on water sources in changed climatic conditions. The second task was focused on the assessment of effects of climatic change on the storage function of the Šance reservoir in the Odra River catchment. In the end, problems open up for further research are outlined.

KEY WORDS: Possibility Theory, Fuzzy Sets Theory, Membership Function, Fuzzy Controller, Possibility Measure, Possibility Distribution Function, Climatic Change, Climatic Model, Reservoir.

1. Úvod

Teorie možnosti vznikla na konci 70. let minulého století jako jedna z dalších teorií neurčitosti, která vycházela z teorie fuzzy množin. Jejím cílem je odhad nastání různých neurčitých jevů, a to i v případě, kdy je lze popsat jen lingvisticky. Do naší literatury pronikala s jistým časovým odstupem, práce se přitom orientovaly spíše na výklad základních teoretických pojmů bez širší praktické aplikace. Pro vodní hospodářství je tato nová teorie přitažlivá především tím, že umožňuje formalizovat neurčité úlohy, které byly dosud prakticky neřešitelné, a řešit je podle přijatých předpokladů s jistou mírou spolehlivosti.

V dosavadním vývoji teorie možnosti lze nalézt četné souvislosti s teorií fuzzy množin, teorií informace a dalšími systémovými disciplínami. Ve vodním hospodářství si připomeňme jen krátce začátek rozvíjení vodohospodářských soustav od přelomu 60. a 70. let minulého století, kdy bylo třeba připravit podklady pro nové vydání Směrného vodohospodářského plánu. K nejdůležitějším úkolům výzkumu patřily tehdy základní otázky obecné teorie systémů, matematického modelování, simulační a optimalizační techniky. Tento rozvoj přinesl hydrologii potřebu rychle rozpracovat na podkladě teorie náhodných procesů nové modely pro generování hydrologických řad, a to jak v izolovaných stanicích, tak i v jejich systému a připravit k tomu i nezbytný software.

Uvedené úkoly se zprvu řešily na souborech reálných dat, metodické postupy teorie fuzzy množin tehdy nebyly ještě k dispozici. Základy teorie fuzzy množin, která umožňuje formalizovat popis vágního světa, položil Lotfi Zadeh v roce 1965 originálním článkem (*Zadeh*, 1965). V našem vodním hospodářství se začala věnovat pozornost teorii fuzzy množin až v 80. letech minulého století. Výzkum tehdy ukázal nové možnosti řešení vodohospodářských úloh, kde se mohou vyskytovat kromě reálných dat též vágně popsané veličiny. Protože však i

v této teorii se nelze obejít bez klasické teorie množin (Georg Cantor, 1845–1918), užívají se pro stručné rozlišení obou typů množin termíny „ostré“ (příp. „crisp“) a „fuzzy“ veličiny. Pro teorii fuzzy množin je přitom příznačná řada operací, které umožňují pracovat se soubory množin a řešit složitější úlohy.

Pozoruhodný je rychlý průnik teorie fuzzy množin i do jiných oborů. Neopominutelné je její široké využití v teorii řízení, kde se začaly rozvíjet fuzzy dynamické systémy, fuzzy regulátory a fuzzy procesory, využívané v různých průmyslových výrobcích, založených na fuzzy logice (Japonsko, Čína).

S další originální myšlenkou přišel Lotfi Zadeh v roce 1978, kdy publikoval základy nové teorie možnosti (theory of possibility). Tato teorie vychází z původní teorie fuzzy množin a rozšiřuje ji o řešení možnosti nastání neurčitých jevů, které nelze zachytit pomocí pravděpodobnosti. Jde tu o další druh neurčitosti, která se zkoumá tak, že průběh funkce příslušnosti se ztotožní s rozložením možnosti (posibilistickým rozložením) a odhadne se možnost nastání hledané hodnoty.[1)] Pro vodní hospodářství je tu lákavý především odhad nastání extrémních hodnot hydrologických veličin, pro klimatologii pak např. nastání konkrétního odvozeného typu klimatického scénáře, pro operativní řízení vodních zdrojů nastání sledovaných jevů (srážky, průtoky a j.), a to v celém systému. Všimněme si, že v těchto úlohách selhává odhad pravděpodobnosti, pro kterou nám chybějí data.

Teorii možnosti si však nelze představovat jako všelék, který zázračně vyřeší všechny problémy ve vodním hospodářství, které pramení z neurčité povahy některých veličin, z jejich nejisté predikce nebo z nejistých či chybějících výchozích podkladů nezbytných pro algoritmizaci úlohy. O složitosti této otázky jsme diskutovali už dříve, třeba v příspěvku (*Nacházel*, 2005), kde za výchozí příčinu neurčitosti jsme označili nedostatek potřebné informace.

Teorie možnosti se zatím v naší vodohospodářské literatuře neobjevila. Její počátky v zahraničí souvisely s výzkumem metodických možností odhadu výskytu a popisu extrémních jevů s katastrofálními následky. Cíl naší studie je skromnější. Zařadili jsme do ní krátký přehled metodických principů teorie fuzzy množin, teorie informace a teorie možnosti, které spolu souvisejí a čtenáři ho mohou využít při hlubším studiu speciální literatury i v aplikacích. V případové studii jsme pak řešili dvě související úlohy: 1. možnosti nastání několika příčinných faktorů hydrologických situací v povodí Labe, 2. dopady klimatické změny na nádrž Šance v povodí Odry.

2. Dosavadní řešení problematiky

Teorie možnosti má více než 30-letou historii, která těsně souvisí s vývojem chápání neurčitosti v přírodních, technických i společenských vědách. K jejímu rozvoji přispívalo studium formalizace různých rozpoznaných typů neurčitosti a úsilí o postupné zobecňování teorie informace. Teorie možnosti má nejtěsnější vztah k teorii fuzzy množin, jejíž základy položil v roce 1965 Zadeh. O 13 let později ukázal využití teorie fuzzy množin i v nové teorii možnosti.

Měření samotného množství neurčitosti se však začalo zkoumat dříve. Z dostupné literatury lze usuzovat, že jako první se touto otázkou zabýval *Hartley* (1928), který odvodil pro množství neurčitosti výraz (funkcionál) na podkladě množiny možných alternativ z jejich celkového počtu ve tvaru

$$H(r_E) = \mathrm{c}\,\log_{\mathrm{b}}|E|, \qquad (1)$$

kde $H(r_E)$ znamená neurčitost všech možných alternativ $r_E(x)$ a symbol $|E|$ pak znamená jejich součet $\Sigma\, r_E(x)$. Hartley doporučil pro konstanty b, c hodnoty b = 2, c = 1. Neurčitost se pak měří v bitech, které jsou nejobvyklejší jednotkou (*Klir*, 2003).

Za další mezník ve vývoji teorie informace lze považovat práci Shannona z roku 1948, v níž odvodil na statistickém základě základní výraz pro entropii ve tvaru (*Shannon*, 1948)

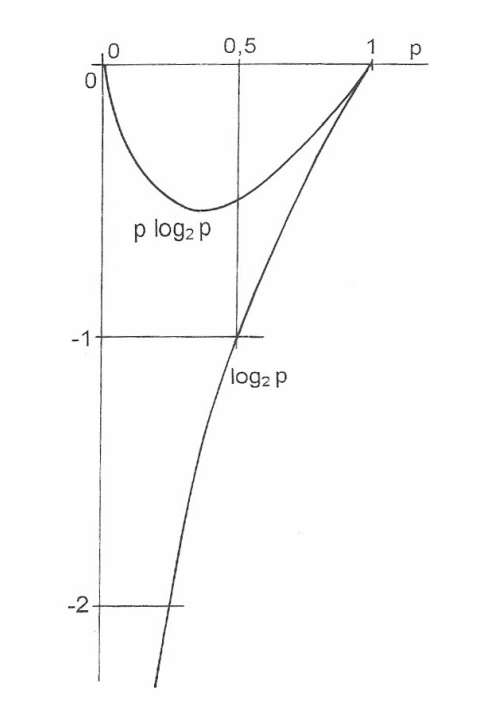
$$H(X_i) = -\sum_{1}^{n} P(x_i)\log_2 P(x_i),\ i = 1, 2, ..., n. \qquad (2)$$

Průběh logaritmické funkce (při základu 2) je na obr. 1.

V teorii fuzzy množin se často vyskytuje termín „fuzzy míra“, kterou se rozumí nezáporná reálná funkce, umožňující změřit míru neurčitosti fuzzy množin. Tato míra charakterizuje např. stupeň vágnosti daného pojmu, míru nepřesnosti řešení nebo popisu reality a pod. Přiřazuje každé klasické (crisp) podmnožině A nějaké množiny X číslo μ

[1)] Prof.George J. Klir z University of New York, Binghamton, USA, rozvíjí dnes tzv. zobecněnou teorii informace, jejímž cílem jsou kromě teorie možnosti i další typy neurčitosti, a ukazuje, že pro každý typ lze rozpracovat odpovídající formalizaci. Podrobněji např. *Klir*, 2003.

z intervalu [0; 1], vyjadřující stupeň naší důvěry, že daný prvek z X patří do podmnožiny A.



Obr. 1. Logaritmická funkce (při základu 2) a její součin s pravděpodobností.
Fig. 1. Logarithmic funkction (for basic 2) and its product with probability.

V teorii možnosti se definuje obdobně míra možnosti jako číslo z intervalu [0; 1], které vyjadřuje možnost, že proměnná s hodnotami na univerzu X patří právě do A. Tuto míru lze odvodit jako suprémum funkce možnosti, která je numericky ekvivalentem funkce příslušnosti. Úlohu lze řešit i pro vícerozměrné případy. Suprémum se pak hledá z n-ární distribuční funkce možnosti, jejíž stupně možnosti se dostanou z kartézského součinu jako průniky stupňů příslušnosti jednotlivých proměnných. Tato zdánlivě složitá úloha odpovídá na otázku, jaká je možnost současného nastání několika proměnných; podrobněji např. *Klir*, 1985; *Novák*, 1990; *Rektorys*, 1995; *Vysoký*, 1997 a d..

Teorie možnosti se úspěšně rozvíjela v 80. a 90. letech minulého století. V zahraničí byla vydána řada podnětných příspěvků a spisů, které ukazují kromě základních otázek i souvislosti s jinými vývojovými směry, např. s fuzzy systémy, statistickým usuzováním, využitím počítačů v rozhodovacích procesech a d. (*Klir*, 1985; *Dubois*, *Prade*, 1988; *Driankov*, *Hellendorn*, *Reinfrank*, 1996; *Spott*, 1999; *Dubois*, 2006 a d.). Cenný syntetický pohled Klira na novou zobecněnou teorii informace byl publikován též v českém znění (in: *Mařík*, *Štěpánková*, *Lažanský* a kol., 2003). Všechny uváděné práce vycházejí z teorie fuzzy množin, do jejíž základů je nezbytné proniknout, abychom pochopili smysl novějších postupů teorie možnosti.

V naší literatuře se na přelomu minulého a tohoto století rovněž objevila řada zajímavých prací, které se zabývají nejen teorií fuzzy množin, ale upozorňují i na jiné typy neurčitosti (např. *Novák*, 1990; *Pokorný*, 1996; *Vysoký*, 1997; *Talašová*, 2003 a j.). Možnosti řešení neurčitosti povodňových průtoků v syntetických řadách rozvíjí původní studie *Fošumpaur*, *Holeček*, *Nacházel*, 2007.

V zahraniční časopisecké a konferenční literatuře jsme nalezli několik příspěvků, které se orientují hlavně na aplikace teorie možnosti na výskyt extrémních jevů (srážky, průtoky) s katastrofálními následky. Zajímavý příspěvek zpracovali *Mujumdar* a *Ghosh* (2008) z Indie. Vycházeli z podstaty problému – neurčitosti znalostí příčinných geofyzikálních procesů globální změny (neurčitosti GCM) a neurčitosti budoucích scénářů. Nesoulad mezi různými GCMs a scénáři pro regionální a lokální změny (jde tu o známé problémy downscalingu) a odhady změny hydrologických podmínek v budoucnosti pak přivedl autory k aplikaci teorie možnosti na řešení monsunových přívalů podle tří GCMs a dvou emisních scénářů. Pro aplikaci byla zvolena řeka Mahanadi v Indii. Ve výzkumu byl na modelu identifikován klesající trend kulminačních průtoků, což se potvrdilo i na historických záznamech. Tento trend autoři přisuzují zvyšujícím se teplotám vzduchu.

Jacquin a *Shamseldin* (2007) studovali využití teorie možnosti pro hodnocení neurčitosti predikce pomocí srážkoodtokových modelů. Zkoumali souvislosti s metodologií GLUE (Generalized likelihood uncertainty estimation) a dopady neurčitosti ve struktuře modelu. Ukázala vzájemné vztahy mezi mezemi neurčitosti v metodě GLUE a v metodě teorie možnosti. Těmto vztahům a dalším aplikacím doporučili autoři věnovat pozornost v dalším výzkumu.

K důležitým podkladům řešení klimatické změny a jejích dopadů na hydrologický režim patří transformace meteorologických prvků měřených pro velká území (gridy) na požadované hodnoty v regionálním nebo lokálním měřítku. *Tripathi* a kol. (2006) řešili tuto nesnadnou úlohu na počítači v podmínkách Indie a pro měsíční krok s využitím známého principu umělých neuronových sítí, kde pro vstupní vektor veličin hledali nelineární transformaci s obvyklou nejmenší čtvercovou odchylkou

na výstupu. Výzkum přinesl zajímavé výsledky aplikace modelů umělých neuronových sítí. Autoři doporučují využívat pro počítačové simulace více než jeden globální cirkulační model a rozlišovat simulace v různých sezónách roku, kde se mohou projevit dopady změny klimatu na hydrologický režim různým způsobem.

I když se v některých příspěvcích přímo neaplikuje metodologie teorie možnosti, přinášejí cenné podněty k řešení různých otázek neurčitosti, zejména pak změny klimatu. Někdy se setkáme i s otázkami, které se řešily v jiných oblastech výzkumu z jiného hlediska. Příkladem může být příspěvek *Augustina* a kol. (2008), ve kterém se zkoumají vícerozměrné autoregresní modely s několika vysvětlujícími proměnnými, které mají význam příčinných faktorů, a to i s úvahou jejich zpoždění.

Zajímavou hydrologickou studii, v níž řešili otázky neurčitosti v hydrologickém modelování, zpracovali *Liu* a *Gupta* (2007). *Samuel* a *Sivapalan* (2008) zkoumali variabilitu srážkové činnosti v Austrálii v krátkodobém i dlouhodobém měřítku, vazby na klimatickou změnu s cílem získat realistické průběhy syntetických časových řad hydrologických veličin. *Wei* a *Hsu* (2006) srovnávali manipulace na nádrži odvozené rozhodovacími stromy, neuronovými sítěmi a fuzzy modely.

Ntegeka a *Willems* (2008) z Katolické univerzity v Leavenu (Belgie) zkoumali srážkové extrémy ve 107-leté řadě ve stanici Uccle v Belgii. Srážkové intenzity zkoumali pro 10-minutové intervaly v různých měsících a úsecích dané řady. Cílem výzkumu bylo přispět k identifikaci statisticky významných trendů a sezónních cyklů ve srážkové činnosti, a to ve spojení s dalšími příčinnými faktory změny klimatu. Ukázalo se, že vysoké srážkové extrémy se nevyskytují v čase zcela náhodně, ale shlukují se.

Do naší vodohospodářské literatury teorie možnosti zatím nepronikla. Proto můžeme zatím vycházet z původních příspěvků z oblasti teorie fuzzy množin. Po průkopnické práci *Bečváře* (1981) se výzkum v dalších letech zaměřil na lingvistický popis hydrologických veličin, otázky využití vodních zdrojů nebo řízení vodohospodářských soustav v neurčitých podmínkách, popř. i na dopady klimatické změny na vodní zdroje (*Nacházel*, *Přenosilová*, *Toman*, 1995; *Nacházel*, *Přenosilová*, 1998; *Drbal*, 1999; *Hladný*, *Nacházel*, 2001 a d.). Širší pohled na problematiku klimatické změny nabízí příspěvek *Balka* (2006).

Shrneme-li z dostupné literatury dosavadní výsledky rozvíjení teorie možnosti, zřetelný je značný předstih teorie před aplikacemi. V zahraniční vodohospodářské literatuře se orientují hlavně na extrémní přírodní jevy a jejich odhady. Největší potíže zpravidla způsobuje kvantifikace příčinných faktorů a odhad jejich vývoje v čase.

3. Základní principy v teorii informace, teorii pravděpodobnosti, teorii fuzzy množin a teorii možnosti

Vybrané principy těchto teorií jsou zachyceny na obr. 2. Mají ukázat jen odlišné metodické přístupy k řešení neurčitých úloh. Čtenáře, kteří budou potřebovat další metody, odkazujeme na speciální literaturu.

Teorie informace

K základním úlohám v teorii informace patří kvantifikace množství informace v nějaké zprávě. Pro takové měření informace jsme uvedli v předchozí kapitole jednoduché výrazy. V dnešní technické praxi, zejména v regulační technice, se řeší úlohy složitější, které zahrnují i více proměnných. Tyto úlohy vycházejí zpravidla ze sdružené pravděpodobnosti.

Klir ve své práci (*Klir*, 2003) objasňuje, že různé typy neurčitosti, které se studují v zobecněné teorii informace, mají své kořeny ve dvou klasických teoriích informace. Jedna z nich je založena na pojmu možnost, druhá na pojmu pravděpodobnost.

Vícerozměrná střední vzájemná informace (označovaná též jako transmise nebo transinformace) se definuje výrazem

$$T(Y{:}X_1, X_2, ..., X_n) = T(Y{:}X) = H(Y) + H(X) - H(X, Y), \quad (3)$$

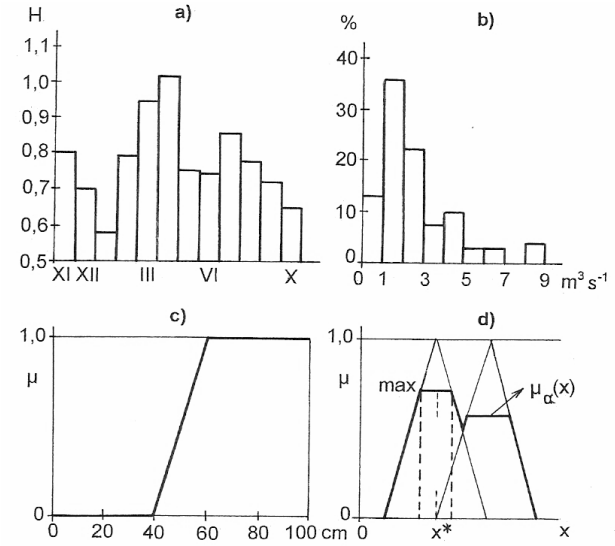
kde T je střední vzájemná informace, $X = \{X_1, X_2, ..., X_n\}$ – vstupy nebo stavy, Y – výstupy, H (.) – shannonovská entropie, $H(X, Y)$ – sdružená entropie.

Rov. (3) lze převést na tvar

$$T(Y{:}X) = H(X) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X). \quad (4)$$

Podrobnější výklad lze nalézt ve speciální literatuře (*Kotek*, *Vysoký*, *Zdráhal*, 1990; *Vysoký*, 1997; *Nacházel*, 2003 a,b).

Praktický přínos těchto metod je v tom, že umožňují nalézt nejmenší strukturu systému, která nese maximální informaci a vyloučí přitom ze souboru dat proměnné, jejichž přínos je statisticky nevýznamný nebo nulový. Jinak řečeno, dekompozicí se hledá subsystém, který nebude zahrnovat



Obr. 2. Základní principy v teorii informace, teorii pravděpodobnosti, teorii fuzzy množin a teorii možnosti.
Fig. 2. Basic principles in the information theory, in the probability theory, in the fuzzy sets theory and in the possibility theory; a) entropy of the mean monthly discharges in the Šance profile on the Ostravice River (period 1931–1960); b) histogram of the mean June discharges in the Šance profile on the Ostravice River (period 1931–1960); c) membership function for the linguistic value (term) "the big snow store in the river basin"; d) application of the maximum possibilistic distribution to the solution of the crisp output value of the fuzzy set using Mamdani's implication (*Vysoký*, 1997).

zbytečné proměnné. Z toho je zřejmé, že tyto metodické postupy se mohou uplatnit kromě zmíněné teorie řízení např. v hydrologii při zkoumání nejvhodnějšího modelu příčinných faktorů a výsledného jevu. Z tohoto hlediska je tento přístup vhodnější než klasická regresní analýza.

Podrobnější výklad o teorii informace lze nalézt v mnoha spisech. V naší literatuře jsou dostupné např. zmíněné práce *Kotka*, *Vysokého* a *Zdráhala* (1990) nebo *Vlčka* (1994, 2003). Zobecněnou teorii informace zpracoval *Klir* (2003).

Teorie pravděpodobnosti

Teorie pravděpodobnosti se od svého vzniku v polovině 17. století rozvinula do velké šíře, výsledky bádání jsou zachyceny v mnoha spisech, časopiseckých i konferenčních příspěvcích. Tato teorie pronikla do řady oborů, významně přispěla k jejich rozvoji a novým pravděpodobnostním koncepcím řešení.

Pravděpodobnostní metody se široce uplatňují též ve vodním hospodářství, aplikační oblast je rozsáhlá. Teorie pravděpodobnosti má dnes z dosud známých teorií neurčitosti nejširší pracovní záběr a také nejširší aplikace ve vodohospodářské praxi. Základním předpokladem aplikací je dostatek spolehlivých (ostrých) dat, zadaných v jistém úseku pozorování. Pro tento výběr se odvozují statistické charakteristiky a z nich se pak odhadují neznámé parametry základního souboru.

Dostupnost kvantifikovaných hodnot veličin tu má zásadní význam pro volbu metodických postupů zpracování dat. Jsou-li ostré hodnoty k dispozici, pak zdrojem neurčitosti je pouze nahodilost jevu v daném úseku pozorování a pro zkoumání jeho vlastností můžeme využít metody teorie pravděpodobnosti, teorie stochastických procesů, statistického odhadu nebo teorie časových řad. Kvantifikované hodnoty však nejsou často k dispozici (příčiny tu jsou známé: měření chybí nebo není úplné a spolehlivé, sledované veličiny lze popsat pouze slovně, daný jev není měřitelný dostupnými technickými prostředky a j.). K nezanedbatelným zdrojům neurčitosti patří i numerické obtíže při algoritmizaci a programování úlohy. Všechny tyto okolnosti mohou vyústit v nutnost aplikovat jiné než pravděpodobnostní metody, které se dovedou vyrovnat s tímto charakterem neurčitosti.

Základním kritériem pro rozlišení toho, zda prvek do klasické množiny patří nebo nepatří, jsou hodnoty charakteristické funkce $\chi_A(X)$. Tuto funkci množiny A definovanou na univerzu X lze zapsat ve tvaru (*Vysoký*, 1997)

$$\chi_A(X) = \begin{cases} 1 \ \textit{jestliže } a \in A \\ 0 \ \textit{jestliže } a \notin A \end{cases} \tag{5}$$

a zobrazuje tedy prvky univerzální množiny na množinu obsahující jen nuly a jedničky, tj.

$$\chi_A(X) \rightarrow \{0, 1\}. \tag{6}$$

Teorie fuzzy množin

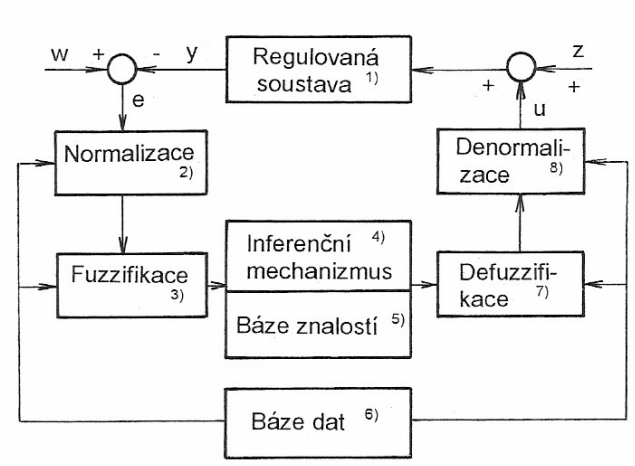
K tradičním metodám analýzy neurčitosti vágně popsaných jevů patří dnes především metody teorie fuzzy množin. Termín „fuzzy" nemá zatím vhodný český ekvivalent; představujeme si pod ním mlhavost, rozmazanost či neostrost jevů, které nelze jednoznačně kvantifikovat.

Pro fuzzy množinu označujeme charakteristickou funkci jako funkci příslušnosti $\mu(X)$ množiny A definované na univerzu X. Podle toho funkce příslušnosti je zobrazení

$$\mu_A : (X) \rightarrow [0, 1]. \tag{7}$$

Tento zápis chápeme tak, že prvek zcela jistě nepatří do množiny tehdy, jestliže funkce příslušnosti má hodnotu 0, prvek do množiny zcela jistě patří při hodnotě funkce příslušnosti 1. U ostatních hodnot můžeme pouze usuzovat, s jakým stupněm prvek patří do příslušné množiny (*Vysoký*, 1997).

Teorie fuzzy množin má dnes nejširší uplatnění patrně v teorii řízení, kde základní úlohou je návrh fuzzy regulátoru. Smyslem tohoto řešení je sestavit pro řízení všechna pravidla potřebná pro spolehlivou lingvistickou aproximaci závislosti mezi vstupy, výstupy, popř. i stavy regulátoru. Jakkoliv princip regulátoru je jednoduchý (obr. 3), odvození báze pravidel může být náročnou matematickou i technickou úlohou, zejména pak pro rozsáhlé systémy, kterou je třeba řešit se zřetelem k charakteru všech regulačních zařízení na daném objektu (vodním díle).



Obr. 3. Základní struktura fuzzy regulátoru (*Vysoký*, 1997).
Fig. 3. Basic structure of the fuzzy controller (*Vysoký*, 1997); 1 – controlled system, 2 – normalization, 3 – fuzzification, 4 – inference mechanism, 5 – knowledge base, 6 – data base, 7 – defuzzification, 8 – denormalization; y – output (regulated variable), w – requested value of the regulated variable, e – regulation error, u – regulating variable, z – input.

Jen ve zkratce si připomeňme základní funkci jednotlivých bloků fuzzy regulátoru. Fuzzifikační blok převádí ostrá data na fuzzy data. Defuzzifikační blok naopak přiřazuje výstupní fuzzy množině určitou ostrou hodnotu, kterou potřebujeme pro rozhodování v reálných podmínkách. Úkolem normalizačního bloku je transformovat hodnoty měřených veličin s různým rozměrem i variačním rozpětím na data v jednotném univerzu. Denormalizační blok pak upravuje zpětně na výstupu (po defuzzifikaci) normovaná data na data potřebná pro rozhodování v reálných podmínkách. Inferenční mechanizmus je postup, který umožňuje stanovit výstupní fuzzy množinu pro danou vstupní fuzzy množinu nebo vstupní ostrou hodnotu, a to při zvoleném způsobu interpretace implikace v pravidlech (*Vysoký*, 1997).

Fuzzy regulátor lze obecně popsat rovnicí (*Vysoký*, 1997)

$$u(k) = F(e(k),\ e(k-1), ...,\ e(k-\nu),\ u(k-1),\ u(k-2), ...,\ u(k-\xi)), \tag{8}$$

která ukazuje, že akční veličina $u(k)$ v k-tém kroku závisí na současné i předchozích hodnotách odchylek $e(k)$ a předchozích hodnotách akční veličiny $u(k)$.

Z rov. (8) lze odvodit rovnice různých typů regulátorů (regulátory P, PD, PI, PID).

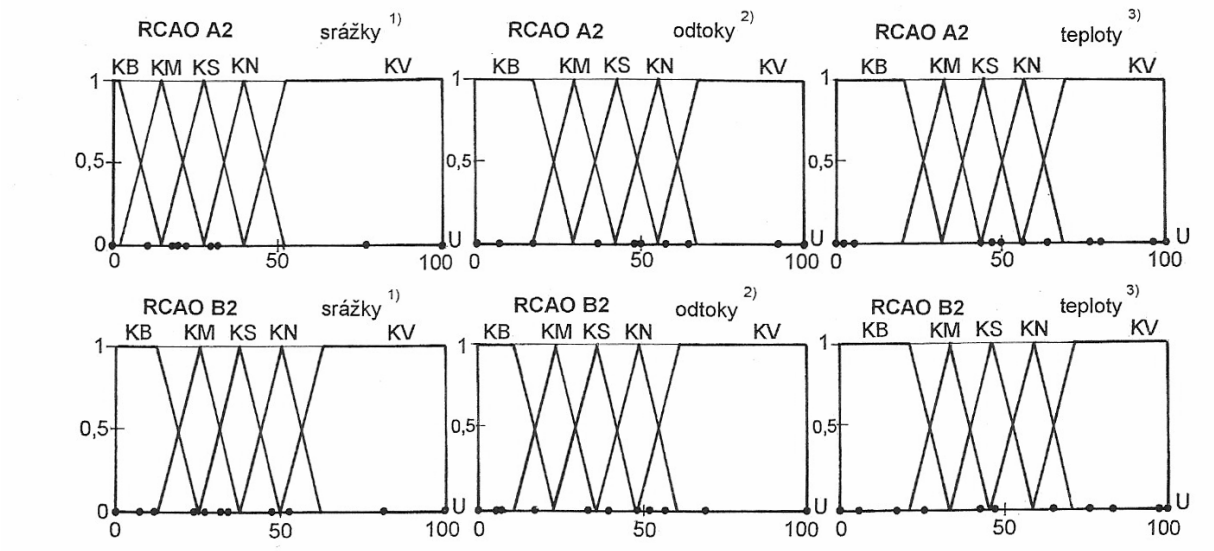
Teorie možnosti

Další výhodou teorie fuzzy množin je, že se může využít pro kvantifikaci jiných druhů neurčitosti, kde pravděpodobnost selhává. Příkladem může být kategorie možnosti, kterou nelze ztotožňovat s pravděpodobností (v běžném životě např. řekneme, že je docela možné, že náš přítel složí státnici, v odborném světě prohlásíme, že poslední klimatický scénář je sice možný, ale pravděpodobnost jeho nastání nelze odhadnout apod.). Nejjednodušším postupem, jak takové možnosti různých jevů nebo událostí odhadnout, je jejich ztotožnění s funkcí příslušnosti fuzzy množiny. Pak tzv. distribuční funkce možnosti $\Pi_x = \pi_x$ je numericky definována jako ekvivalent funkce příslušnosti F, tj.

$$\pi_x = \mu_F\ . \tag{9}$$

Z toho plyne: možnost, že $X = u$, je rovna $\mu_F(u)$.

Proměnnou $\pi_x(u)$ nazýváme stupeň možnosti (possibility), který může nabývat jakékoliv hodnoty v intervalu [0, 1]. Je zřejmé, že nejvíce nás budou zajímat hodnoty maximální (na obr. 4 je to horní strana lichoběžníka s $\mu = 1$). Tato maxima possibilistického rozložení se často hledají při řešení defuzzifikované ostré hodnoty výstupní fuzzy množiny pro potřeby řízení.



Obr. 4. Fuzzifikace a normalizace proměnných v podmínkách klimatické změny.
Fig. 4. Fuzzification and normalization of the variables in the climatic change conditions. Terms: KV – positive big value, KN – positive above the average value, KS – positive mean value, KM – positive small value, KB – positive near zero. 1 – precipitation, 2 – discharges, 3 – temperature. Expressive points on the horizontal axis of the universe *U* mean the normalized values of the variables in the interval [0,100].

Na podkladě teorie fuzzy množin lze odvozovat charakteristiky možnosti pro úlohy složitější, zejména pro fuzzy systémy. V našem výzkumu jsme pracovali např. s *n*-árními distribucemi možnosti[2)], které si lze představit jako vícerozměrné charakteristiky možnosti současného nastání několika jevů (např. v extrémních hydrologických situacích nastání intenzity srážek, předchozích srážek, teploty vzduchu a pod.).

n-ární distribuční funkce je dána vztahem

$$\pi_{(A_1(X),\ldots,A_n(X))}(u_1,\ldots,u_n) = \mu_{\mathrm{F}}(u_1,\ldots,u_n), \qquad (10)$$

kde $(u_1, \ldots, u_n) \in U$.

Pravou stranu rov. (10) můžeme podle potřeby přepsat s použitím symboliky teorie možnosti do tvaru

$$\mu_{\mathrm{F}}(u_1,\ldots,u_n) = \pi_{A_1(x)}(u_1) \wedge \ldots \wedge \pi_{A_n(x)}(u_n), \qquad (11)$$

který výstižněji vyjadřuje průnik stupňů možnosti π. Tento průnik dostaneme snadno z kartézského součinu $U = U_1 \times \ldots \times U_n$ jako minimum každé podmnožiny (relace) min $(u_1, \ldots, u_n) \in U$.

Pro celkové zhodnocení stupňů možnosti v prostoru se zpravidla doporučuje jejich geometrické zobrazení. To je však omezeno naším třírozměrným prostorem. Proto je třeba kombinovat třírozměrné zobrazení s dalšími postupy. Už samotné třírozměrné zobrazení však může někdy vést až k bizarním plochám, které dobře ukazují složitost působení příčinných faktorů při jejich různých kombinacích. Druhou důležitou okolností je tu fyzikální nerealita některých kombinací faktorů, které mohou vyplynout z mechanické konstrukce kartézských součinů. Tyto nereálné případy je třeba z dalších úvah vyloučit.

Obdobně lze odvodit marginální distribuční funkce možnosti nebo podmíněné distribuční funkce možnosti (*Zadeh*, 1978).

[2)]Pro ostré množiny $X_1, X_2, \ldots, X_n$ definujeme jejich kartézský součin výrazem $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$, který vyjadřuje třídu uspořádaných *n*-tic $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Jakoukoliv podmnožinu tohoto součinu označujeme jako *n*-ární relaci $R(X_1, X_2, \ldots, X_n) \subset X$. Nejjednodušší je binární relace, kterou tvoří uspořádané dvojice prvků (x_1, x_2).

Pojem relace lze rozšířit na fuzzy množiny. Ve fuzzy relacích nelze jednoznačně rozhodnout, zda mezi danými dvěma nebo více objekty existuje vztah nebo ne. Můžeme tu pouze říci, jak je daný vztah silnější nebo slabší. Jestliže jsou dána univerza jednotlivých fuzzy množin $U_1, U_2, \ldots, U_n$ a podmnožiny v těchto univerzech $A_1 \subset U_1$, $A_2 \subset U_2, \ldots, A_n \subset U_n$, pak fuzzy relací rozumíme fuzzy množinu $R \subset U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_n$ a kartézským součinem pak výraz $A_1(x_1) \wedge A_2(x_2) \wedge \ldots \wedge A_n(x_n)$, který je funkcí příslušnosti. V teorii možnosti z něho snadno dostaneme výrazy (10), (11); podrobněji např. *Novák*, 1990; *Vysoký*, 1997.

4. Případová studie

Pro případovou studii jsme vybrali zajímavé vícerozměrné úlohy, které řeší možnosti současného nastání několika příčinných faktorů odtokového procesu v podmínkách klimatické změny v povodí Labe. Cílem studie bylo vyhodnotit všechny kombinace hodnot těchto faktorů a ukázat především nebezpečné výskyty jejich největších hodnot.

Podkladem řešení byly střední měsíční výšky odtoku, teploty vzduchu a srážky, odhadované pro období 2071–2100 ve studiích VÚV TGM, v.v.i., Praha a VRV Praha, a to pro scénáře A2 a B2. Tyto podkladové materiály byly zpracovány pro potřeby celkového hodnocení bilančních změn v hlavních povodích Čech a Moravy a byly porovnány s předpokládaným původním stavem klimatu (*Fridrichová* a kol, 2008; *Hanel*, 2007; *Novický* a kol., 2008). Dalším podkladem byla studie stavební fakulty ČVUT v Praze, která připravila pro řešení dopadu klimatu syntetické průtokové řady ve vybraných profilech povodí Odry (*Fošumpaur*, *Šnebergerová*, 2007).

Uvedené podklady vycházejí z doporučení Mezivládního panelu pro klimatickou změnu, kde systém scénářů má čtyři hlavní skupiny označené jako A1, B1, A2, a B2. Ovlivněné průtokové řady byly generovány za předpokladu varianty minimálního ovlivnění (regionální klimatický model RCAO + optimistický emisní scénář B2) a varianty maximálního ovlivnění (regionální klimatický model HIRHAM + pesimistický scénář A2).

Zpracování ovlivněných dat pak postupovalo v naší studii v zásadě podle metodiky obvyklé pro řešení *n*-árních distribucí možnosti a vyhledání jejich extrémních hodnot. Tato úloha tak odpovídá na otázku, jaká je (zpravidla největší) možnost současného nastání několika veličin, definovaných na příslušných univerzech. K tomuto řešení je třeba odvodit kartézské součiny a průniky fuzzy množin (rov. (10), (11)). Posledním krokem bylo geometrické zobrazení všech měr možnosti. Tento postup tak připomíná navrhování fuzzy regulátorů, které je však širší vzhledem k požadavkům řízení o defuzzifikační a denormalizační bloky, které v našem případě odpadly.

Příklad fuzzifikace a normalizace pro klimatické změny RCAO-A2 a RCAO-B2 v povodí Labe po Děčín je na obr. 4. Smyslem fuzzifikačního bloku je převést daná ostrá data na fuzzy data. Literatura doporučuje jako jeden z nejjednodušších typů funkci příslušnosti trojúhelníkového tvaru, popř. L-funkci příslušnosti pro krajní hodnoty univerza. Důležitým požadavkem tu je pokrytí univerza jednotlivých fuzzy množin, které by mělo obsáhnout celé univerzum beze zbytku. Z toho vyplývá, že žádný bod by neměl mít stupeň příslušnosti 0. Stupeň pokrytí se zpravidla volí $\varepsilon \geq 0{,}5$ (*Vysoký*, 1997).

Smyslem normalizace je převést všechny proměnné, které mohou mít obecně různý rozměr i různé variační rozpětí, na jednotné univerzum. Nejjednodušší je lineární transformace, kterou lze dostat hledaná data pro jednotné univerzum podle výrazu

$$\frac{\left(y_{\max} - y_{\min}\right)}{\left(x_{\max} - x_{\min}\right)}\left(x - x_{\min}\right), \tag{12}$$

kde $y_{\max}$, $y_{\min}$ – krajní hodnoty jednotného univerza,

$x_{\max}$, $x_{\min}$ – krajní hodnoty daného intervalu hodnot,

x – transformovaná hodnota.

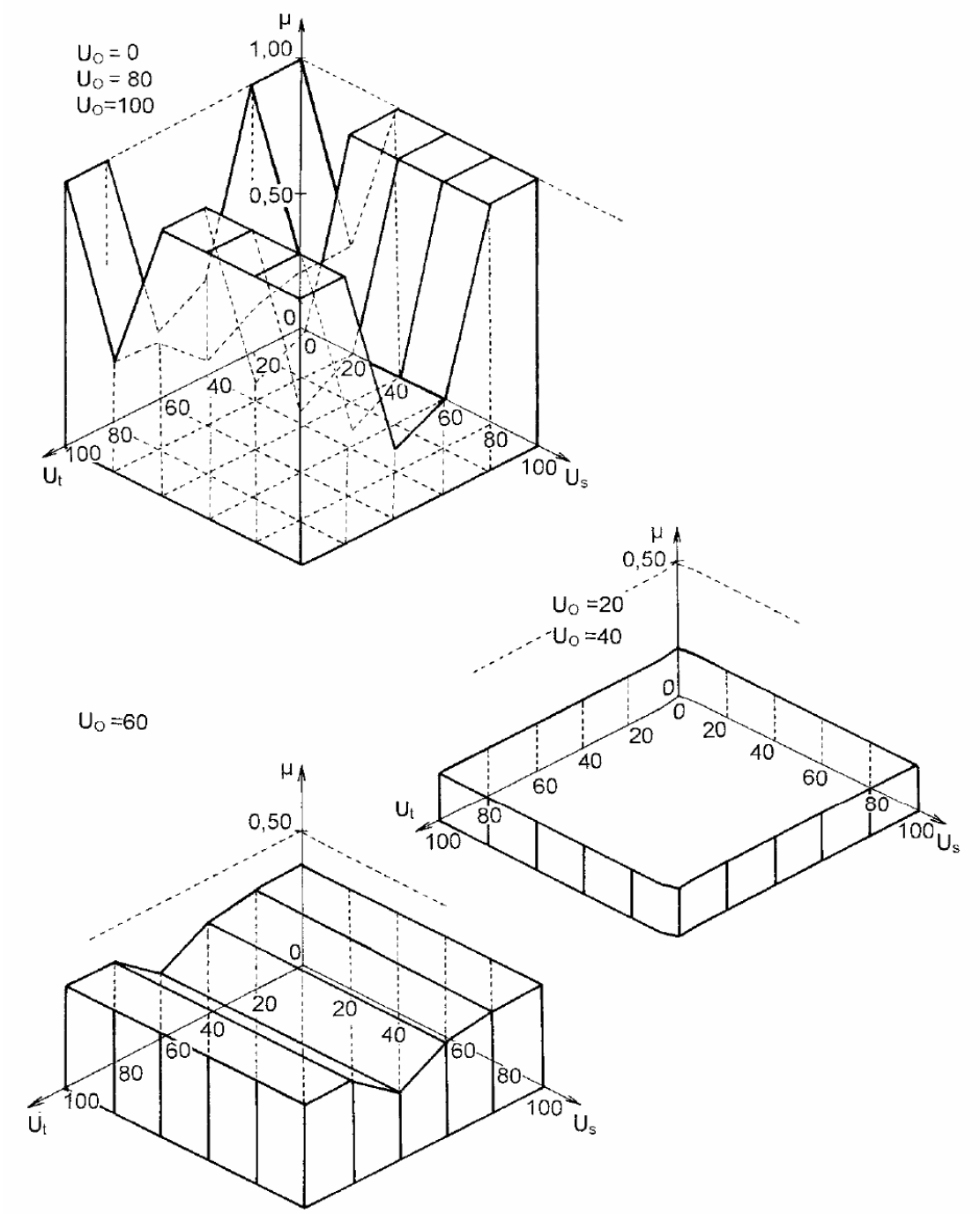
V našem případě jsme zvolili jednotné univerzum v intervalu [0; 100] .

Příklad zpracování kartézského součinu normalizovaných fuzzy množin a jejich průniků v povodí Labe po Děčín pro model RCAO-B2 je v tab. 1. Vzhledem k omezené možnosti geometrického vyjádření průniku pouze v třírozměrném prostoru jsme z něho vypustili fuzzy množinu odtoku a průniky řešili jen pro dvě množiny – srážky a teploty. Odtok jsme pak zahrnuli do řešení tak, že kartézské součiny a průniky podle tab. 1, kde jsme volili U_o = = 0, jsme zopakovali pro další hodnoty univerza odtoku, tj. U_o = {20; 40; 60; 80; 100}. Sestavení tabulky je jednoduché. V prvním sloupci jsou uvedeny zvolené hodnoty obou univerz, pro které byly z obr. 4 odečteny odpovídající hodnoty stupňů příslušnosti μ_s a μ_t. Průniky $\wedge$ se pak dostanou jako jejich minimum.

Výsledky jsou zobrazeny na obr. 5 a 6. Pořadnice hranolů μ[3)] mají v tomto případě význam měr možnosti současného nastání hodnocených veličin. Nejzajímavější průběh mají pořadnice pro hodnoty univerza odtoku U_o = {0; 80; 100} na obr. 5 (vlevo nahoře), které jsou značně nepravidelné a někdy vytvářejí až bizarní plochy. Přesto lze v nich postřehnout některé tendence, které mají logické zdůvodnění. Tak např. největší možnost nastání srážek

[3)] V angl. lit. se často vyskytuje termín corner, který má význam rohu, nároží, koutu, ale též úhel pohledu, hledisko a j. Nepoužili jsme tu lákavý termín řídicí plocha, protože by vyžadoval doplnit řešení pro potřeby rozhodování o výstupy všech pravidel.

a teplot (μ = 1) se vyskytuje v rozích hranolu pro největší a nejmenší hodnoty těchto veličin. To je ovšem do jisté míry způsobeno metodikou aproximace univerza souborem funkcí příslušnosti, z nichž funkce pro termy KV a KB mají poměrně širokou oblast s μ = 1. Podobně lze vysvětlit propad měr možnosti v oblasti podprůměrných teplot U_t = {20; 40}, kterým příslušejí v souboru aproximovaných funkcí příslušnosti jejich menší hodnoty. Náhodně zvolené hodnoty univerz uvnitř jejich intervalu [0; 100] a přiřazení stupňů příslušnosti jednotlivých termů je zřejmě nedostatek metody, který by bylo žádoucí analyzovat podrobněji metodami citlivostní analýzy.



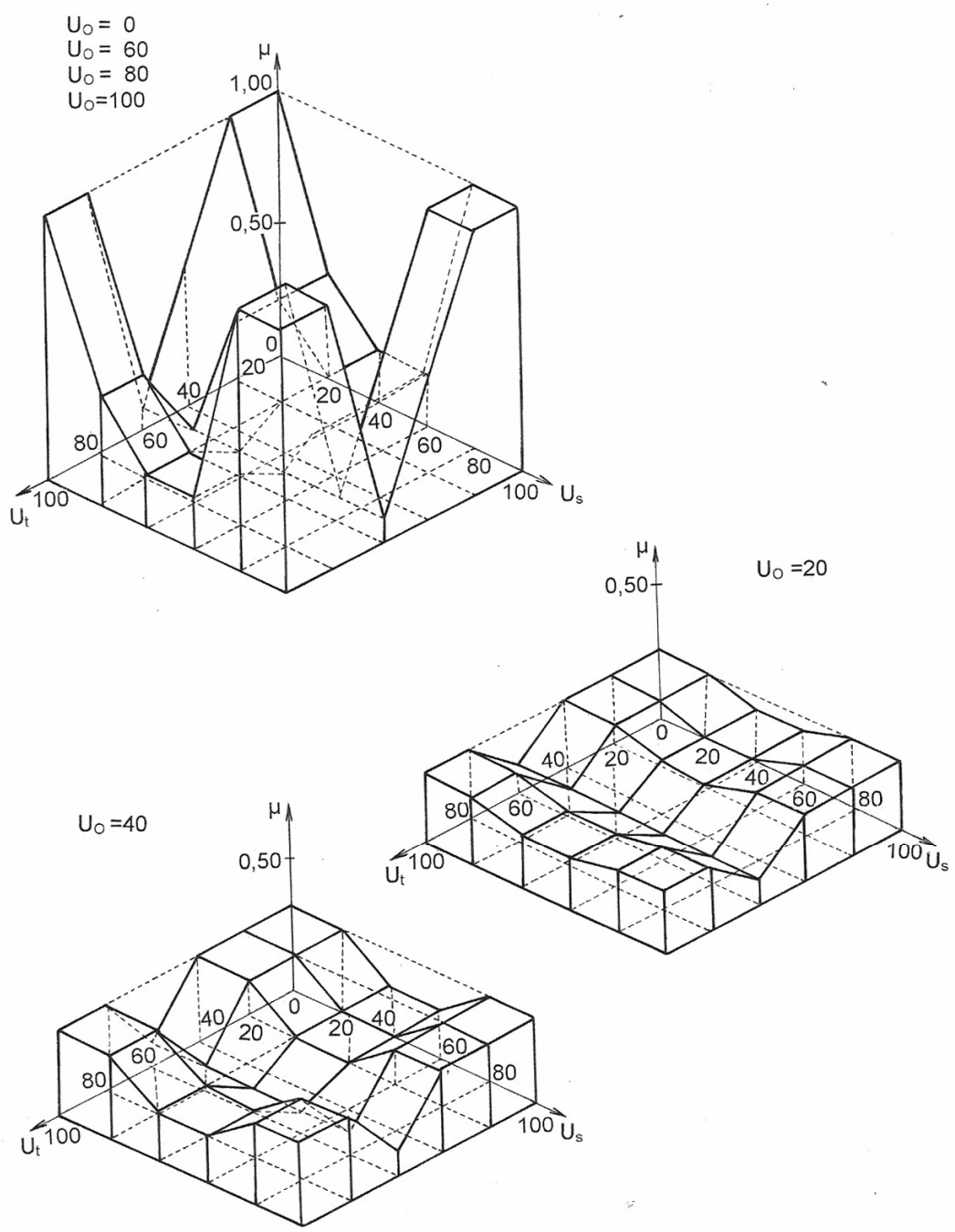
Obr. 5. Prostorové zobrazení měr možnosti. Model RCAO A2.
Fig. 5. Space projection of the possibility measures. Model RCAO A2.

Na obr. 6 jsme dostali pro scénář B obdobné zobrazení. Mírnější ovlivnění hydrologického režimu při tomto scénáři v porovnání se scénářem A2 se tu ovšem prokazuje obtížně. Z obr. 6 je např. vidět, že četnost současného nastání extrémních hodnot odtoku, srážek a teplot je poněkud menší než v případě A2. Z toho však nelze přímo odvodit dopad na hydrologický režim. Je zřejmé, že na tuto otázku lze snáze odpovědět pomocí standardních metod řešení nádrží a vodohospodářských soustav, tedy bez využití metod teorie možnosti, třebaže tím nedostaneme možnost nastání daného scénáře.

Z dosažených výsledků lze usuzovat, že metody teorie možnosti mají výhodu především v tom, že ve vícerozměrných úlohách přispívají k odhadu míry současného nastání příčinných faktorů zkoumaného jevu. Nejsou však predikcí a nelze ani řešit nastání jevu jako celku bez analýzy jeho komponent. Uvážíme-li již uvedené problémy aproximace proměnných, je zřejmé, že metodické postupy teorie fuzzy množin bude účelné analyzovat podrobněji v dalším výzkumu.

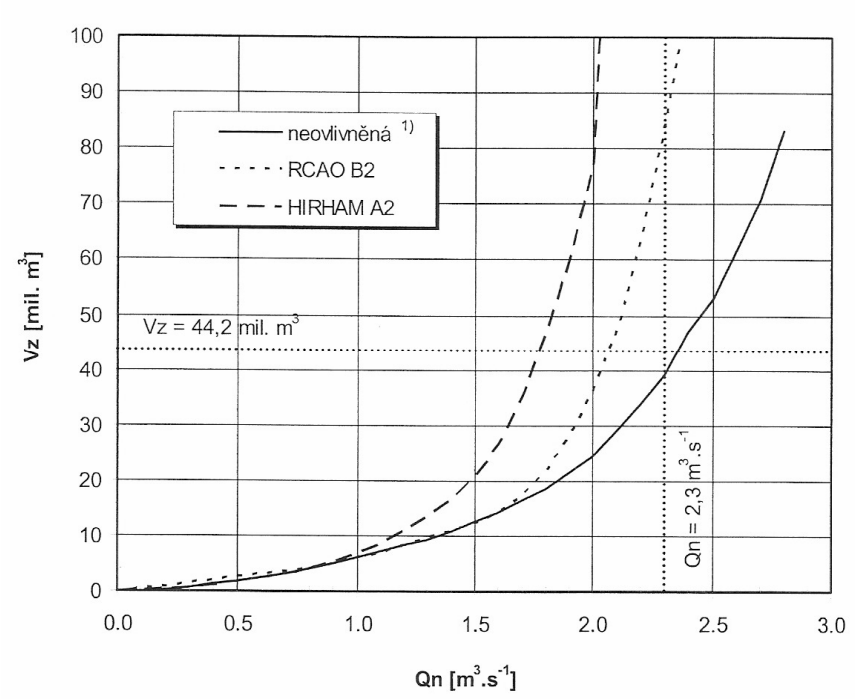
T a b u l k a 1. Kartézské součiny a průniky srážek a teploty vzduchu v povodí Labe po Děčín pro model RCAO-B2 (univerzum odtoku $U_o = 0$).
T a b l e 1. Cartesian products and the intersections of the precipitation and the air temperature in the Elbe basin to the Děčín profile for model RCAO-B2 (runoff universe $U_o = 0$); 1 – Universe values, 2 – Precipitation, 3 – Temperature, 4 – Intersection.

Hodnoty univerz[1)]	Srážky[2)] μ_s	Teploty[3)] μ_t	Průnik[4)] $\wedge$ (min)
0; 0	1,00	1,0	1,0
0; 20	1,00	1,0	1,0
0; 40	1,00	0,50	0,50
0; 60	1,00	0,10; 0,92	0,10
0; 80	1,00	1,00	1,00
0; 100	1,00	1,00	1,00
20; 0	0,40; 0,61	1,00	0,40
20; 20	0,40; 0,61	1,00	0,40
20; 40	0,40; 0,61	0,50	0,40
20; 60	0,40; 0,61	0,10; 0,92	0,10
20; 80	0,40; 0,61	1,00	0,40
20; 100	0,40; 0,61	1,00	0,40
40; 0	0,20; 0,80	1,00	0,20
40; 20	0,20; 0,80	1,00	0,20
40; 40	0,20; 0,80	0,50	0,20
40; 60	0,20; 0,80	0,10; 0,92	0,10
40; 80	0,20; 0,80	1,00	0,20
40; 100	0,20; 0,80	1,00	0,20
60; 0	0,20; 0,80	1,00	0,20
60; 20	0,20; 0,80	1,00	0,20
60; 40	0,20; 0,80	0,50	0,20
60; 60	0,20; 0,80	0,10; 0,92	0,10
60; 80	0,20; 0,80	1,00	0,20
60; 100	0,20; 0,80	1,00	0,20
80; 0	1,00	1,00	1,00
80; 20	1,00	1,00	1,00
80; 40	1,00	0,50	0,50
80; 60	1,00	0,10; 0,92	0,10
80; 80	1,00	1,00	1,00
80; 100	1,00	1,00	1,00
100; 0	1,00	1,00	1,00
100; 20	1,00	1,00	1,00
100; 40	1,00	0,50	0,50
100; 60	1,00	0,10; 0,92	0,10
100; 80	1,00	1,00	1,00
100; 100	1,00	1,00	1,00

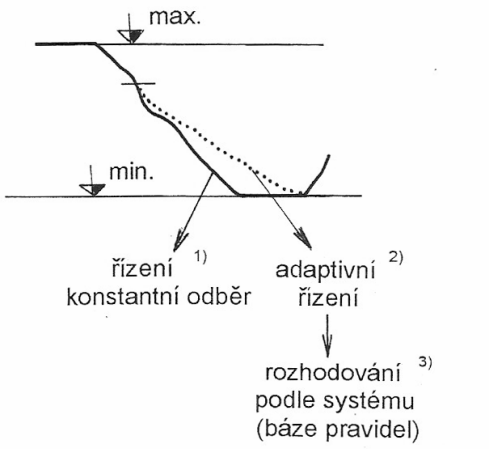


Obr. 6. Prostorové zobrazení měr možnosti. Model RCAO B2.
Fig. 6. Space projection of the possibility measures. Model RCAO B2.

Dopad klimatické změny na zásobní funkci nádrže se dnes nejsnáze posuzuje pomocí režimových křivek nádrže (příklad pro nádrž Šance je na obr. 7). Porovnáme-li režimovou křivku pro neovlivněnou průtokovou řadu (nejlépe syntetickou) s režimovými křivkami ovlivněnými (odvozenými opět ze syntetických řad), můžeme snadno dostat rozdíl jak v nadlepšovacích účincích nádrže, tak v potřebných objemech nádrže pro dané nadlepšení.



Obr. 7. Režimové křivky nádrže Šance na Ostravici.
Fig. 7. Regime curves of the Šance reservoir on the Ostravice River; 1 – uninfluenced curve.



Obr. 8. Schéma adaptivního řízení nádrže v málovodném období.
Fig. 8. Scheme of the adaptive reservoir control in dry period; 1 – control with constant demand, 2 – adaptive control, 3 – decision making according to a decision support system (knowledge base).

V případě potřeby lze tento postup rozšířit o řešení manipulací pro všechny kombinace rozhodovacích situací. Při takovém řešení se spojují metodické postupy teorie nádrží, teorie adaptivity a moderní teorie řízení, popř. fuzzy řízení. Princip je naznačen schématicky na obr. 8. Při řízení na konstantní odběr (bez jeho regulace) hrozí nebezpečí vyprázdnění nádrže a tím i poruchy v dodávce vody. Jestliže však simulačními technikami odvodíme systém omezování dodávky vody, můžeme tím zmírnit nebo zcela vyloučit poruchu v dodávce vody. Touto adaptací se tak můžeme přiblížit k optimálnímu řízení v podmínkách neurčitosti[4)]. Pro automatické řízení tu bude užitečné připravit bázi pravidel pro všechny reálné kombinace vstupů a využít je při algoritmizaci úlohy.

5. Diskuse

Jakkoliv základy teorie možnosti jsou zajímavé a podnětné, v aplikační oblasti je třeba jisté opatrnosti. Řešení úloh tu závisí především na fuzzifikaci proměnných, která není jednoznačným úkolem. I když připustíme jisté náhodné chyby v důsledku náhodného charakteru veličin, stále nedovedeme odhadnout, zda při jiné fuzzifikaci nebudou chyby menší. Je zřejmé, že tento problém bude účelné prozkoumat metodami citlivostní analýzy, z níž by mohly vyplynout i podrobnější návody pro fuzzifikaci v praxi.

Důležitým úkolem v hydrologii je studium vzájemně závislých veličin a jejich vliv na řešení v různě vzdálených územních celcích. Ani tento úkol nemáme zatím zcela ujasněný, a to jak pro

[4)]Podrobný výklad principů adaptace lze nalézt v mnoha spisech i v našich studiích (*Nacházel*, *Patera*, 1988a; *Nacházel*, *Patera*, 1988b a d.).

stochastické (kvantifikované), tak i vágní (nekvantifikované) veličiny. O významu tohoto úkolu přitom není pochyb (např. odhad vývoje srážkové činnosti na rozsáhlejších územích i dílčích povodích a pod.). Pro aplikaci metod teorie možnosti tu bude třeba odvodit vhodné metodické přístupy a způsob využití v praxi.

Studie ukázala, že rozvoj teorie možnosti je v zahraniční literatuře rychlejší než v aplikační oblasti. V naší vodohospodářské literatuře se zatím tato teorie neobjevila. Jednou z příčin je zřejmě u nás neuspokojivý stav aplikací teorie fuzzy množin. Proto je logické, že bez základů a praktických poznatků z této teorie nelze rozvíjet ani teorii možnosti. Diskutovat tu lze o nejvhodnějším způsobu zavedení základů obou teorií do výuky na vysokých školách příslušného zaměření a o koordinovaném výzkumu nedořešených otázek.

6. Závěry

Výsledky studie lze shrnout do těchto závěrů:

1. Teorii možnosti lze využít jako vhodný nástroj pro odhady současného nastání několika neurčitých jevů, které nelze formalizovat pomocí teorie pravděpodobnosti. Teorie možnosti vychází z teorie fuzzy množin a aplikuje zejména funkce příslušnosti zkoumaných jevů, pro které lze odhadnout jejich nastání. Teorie možnosti byla ověřena na několika příkladech, které poskytly uspokojivé výsledky. Problémem této teorie, který původně vznikl už v teorii fuzzy množin, je vhodný způsob fuzzifikace proměnných.
2. V případové studii jsme řešili dvě úlohy. V první úloze jsme zkoumali proměnlivost nastání různých kombinací příčinných faktorů ovlivněného odtoku v povodí Labe. Tyto kombinace se vytvářely z kartézských součinů stupňů příslušnosti příčinných faktorů, průniky byly odvozeny podle jejich obvyklé definice jako minimum stupňů příslušnosti z jejich uspořádaných dvojic. Výsledky tohoto řešení byly zobrazeny v grafech, ze kterých lze odečíst míru možnosti v intervalu [0; 1]. Podle této míry lze pak usuzovat na aktuálnost konkrétní *n*-tice faktorů.

   V druhé úloze jsme posuzovali dopad klimatické změny na zásobní funkci víceleté nádrže Šance. Řešení bylo zpracováno pro oba sledované klimatické modely HIRHAM A2 a RCAO B2 a porovnáno s řešením nádrže v neovlivněné syntetické (500-leté) průtokové řadě pomocí režimových křivek. Ukázalo se, že změna hydrologických podmínek může podstatně ovlivnit funkci nádrže. V daném případě model HIRHAM A2 snižuje dosavadní nadlepšovací účinek nádrže 2,3 $m^3 s^{-1}$ o 23 %, model RCAO B2 o 11 %. V budoucnu bude proto třeba v daném regionu počítat s posílením zdrojů vody pro zabezpečení vodárenského zásobení.
3. V teorii možnosti se ukázaly některé nedořešené či neujasněné otázky, které mají význam pro aplikace v praxi. Řešíme-li např. dopad klimatické změny na vodní zdroje, pak podstatným problémem je kvantifikace příčinných faktorů a jejich vývoj v čase. Složitou otázkou jsou i vzájemné vztahy těchto faktorů. Při numerickém řešení se ukázaly potíže s fuzzifikací proměnných. Je zřejmé, že tento vývojový směr nelze pokládat za uzavřený, nezbytný tu bude další výzkum.

Poděkování. Studie byla zpracována za podpory grantového projektu GA ČR reg. č. 103/07/1620 „Predikční a simulační modely v teorii operativního řízení vodohospodářských soustav“.

LITERATURA

AUGUSTIN N.H., BEEVERS L. and SLOAN W.T., 2008: Predicting river flows for future climates using an autoregressive multinomial logit model. Water Resour. Res., *44*, WO 7403, doi: 10.1029/2006 WR 005127.

BALEK J., 2006: Hydrological consequences of the climatic changes. J. Hydrol. Hydromech., Vol. *54*, No. 4, p. 357––370.

BEČVÁŘ V., 1981: Lingvistické hodnocení a vodohospodářské soustavy. Účelová publikace č. 3, VÚV, Praha, 150 s.

DRBAL K., 1999: Operativní řízení povodňových průtoků v rámci Dyjsko-svratecké vodohospodářské soustavy. [Téze disertační práce.] VUT-fak.stavební, Brno, 16 s. a příl.

DRIANKOV D., HELLENDORN H., REINFRANK M., 1996: An Introduction to Fuzzy Control. Springer, 316 pp.

DUBOIS D., 2006: Possibility theory and statistical reasoning. Statistics & Data Analysis, 51, p. 47–69.

DUBOIS D., PRADE H., 1988: Possibility Theory. An Approach to Computerized Processing of Uncertainty. Plenum Press. New York and London, 262 pp.

FOŠUMPAUR P., HOLEČEK M., NACHÁZEL K., 2007: Řešení povodňového řízení odtoku z nádrží v syntetických povodňových řadách. Část 1: Metodika řešení. J. Hydrol. Hydromech., *55*, 2, s. 98–107.

FOŠUMPAUR P., HOLEČEK M., NACHÁZEL K., 2007: Řešení povodňového řízení odtoku z nádrží v syntetických povodňových řadách. Část 2: Výsledky řešení. J. Hydrol. Hydromech., *55*, 3, s. 156–167.

FOŠUMPAUR P., ŠNEBERGEROVÁ J., 2007: Zpracování modelových řad v soustavě vybraných profilů. Plán oblasti povodí Odry. Fak. stav. ČVUT, Praha.

FRIDRICHOVÁ R., CIHLÁŘ J., VYSKOČ P., TREML P., 2008: Hodnocení vodních zdrojů v podmínkách klimatické změny. In: Národní dialog o integrované ochraně a využití vodních zdrojů v České republice, Nové Město na Moravě.

HANEL M., 2007: Posouzení vlivu klimatické změny na hydrologickou bilanci ve vybraných profilech povodí Odry. VÚV TGM, v.v.i., Praha.

HLADNÝ J., NACHÁZEL K., 2001: Historický vývoj, výsledky a perspektivy odhadu charakteristik povodňových vln. In: Sborník přednášek ze semináře Vývoj metod pro odhad extrémních povodní. ČVTS, ČHMÚ, Praha, s.7–23.

JACQUIN A.P., SHAMSELDIN A.Y., 2007: Development of a possibilistic method for the evalution of predictive uncertainty in rainfall-runoff modeling. Water Resour. Research, *43*, doi: 10.1029/2006 WR 005072.

KLIR G.J., 1985: Architecture of systems problem solving. Plenum Press, New York and London, 540 pp.

KLIR G.J., 2003: Zobecněná teorie informace. In: Mařík V., Štěpánková O., Lažanský J. a kol.: Umělá inteligence (4). Naklad. ACADEMIA, 476 s.

KOTEK Z., VYSOKÝ P., ZDRÁHAL Z., 1990: Kybernetika. SNTL, Praha 376 s.

LIU Y., GUPTA H.V., 2007: Uncertainty in hydrologic modeling: Tovard an integrated data assimilation framework. Water Resour. Research, *43*, WO 7401, doi: 10.1029/2006 WR 005756.

MUJUMDAR P.P., GHASH S., 2008: Modeling GCM and scenario uncertainty using a possibilistic approach: Application to the Mahanadi River, India. Water Resour. Research, Vol. *44*, W 06407, doi: 10 1029/2007 WR 006137.

NACHÁZEL K., 2003a: Problematika vzájemných vztahů mezi složitostí, důvěryhodností a neurčitostí matematických modelů ve vodním hospodářství. Část 1: Formulace problematiky, motivace jejího zkoumání, metodologie. J. Hydrol. Hydromech., *51*, 2, s. 85–96.

NACHÁZEL K., 2003b: Problematika vzájemných vztahů mezi složitostí, důvěryhodností a neurčitostí matematických modelů ve vodním hospodářství. Část 2: Aplikace. J. Hydrol. Hydromech., *51*, 4, s. 274–280.

NACHÁZEL K., 2005: Můžeme v hydrologii sdružovat neurčité informace a znalosti? J. Hydrol. Hydromech., *53*, 1, s. 30–43.

NACHÁZEL K., PATERA A., 1988 (a): Možnosti využití principu adaptivity pro řízení nádrží v reálném čase. Vodohosp. Čas., *36*, 3, s. 237–285.

NACHÁZEL K., PATERA A., 1988 (b): Citlivost adaptivního řízení sezónních nádrží v reálném čase na typ ztrátové funkce a dobu předstihu předpovědi. Vodohosp. Čas, *36*, 6, s. 608–638.

NACHÁZEL K., PŘENOSILOVÁ E., 1998: Fuzzy přístup ke zkoumání neurčitosti klimatické změny a jejích dopadů na vodní zdroje. Vodohosp. Čas., *46*, 4-5, s. 264–287.

NACHÁZEL K., PŘENOSILOVÁ E., TOMAN M., 1995: Neurčitost klimatických změn a jejich dopadů na vodní zdroje. Vodohosp. Čas., *43*, 3, s. 173–196.

NOVÁK V., 1990: Fuzzy množiny a jejich aplikace. SNTL, Praha, 296 s.

NOVICKÝ O., VYSKOČ P., VIZINA A., KAŠPÁREK L., PICEK J., 2008: Klimatická změna a vodní zdroje v povodí Vltavy. VÚV TGM, v.v.i., Praha, 30 s.

NTEGEKA V., WILLEMS P., 2008: Trendo and multidecadal oscillations in rainfall extremes, based on a move than 100-year time series of 10 min rainfall intensities at Uccle, Belgium. Water Resources Research, vol. *44*, W07402, doi: 10.1029/2007 WR 006471, 2008.

POKORNÝ M., 1996: Umělá inteligence v modelování a řízení. Naklad. BEN, Praha, 190 s.

REKTORYS K. a kol., 1995: Přehled užité matematiky II. Naklad. Prometheus, Praha, 876 s.

SAMUEL J.M., SIVAPALAN M., 2008: A comparative modeling analysis of multiscale temporal variability of rainfall in Australia. Water Resour. Res., *44*, WO7401, doi: 10.1029/2007 WR 006373.

SHANNON C.E., 1948: A Mathematical Theory of Communication. The Bell system. Technical J., Vol. *27*, July, October, p. 379–423.

SPOTT M., 1999: A theory of possibility distributions. Fuzzy sets and Systems, 102, p. 135–155.

TALAŠOVÁ J., 2003: Fuzzy metody vícekriteriálního hodnocení a rozhodování. Univerzita Palackého v Olomouci, 180 s.

TRIPATHI S., SRINIVAS V.V., NANJUNDIAH R.S., 2006: Downscaling of precipitation for climate change scenarios: A support vector machine approach. J. of Hydrology, *330*, p. 621–640.

VLČEK J., 1994: Inženýrská informatika. Vydavat. ČVUT, Praha, 281 s.

VLČEK J., 2003: Znalostní inženýrství. ČVUT-Fakulta dopravní, Ústav informatiky AV ČR, 201 s.

VYSOKÝ P., 1997: Fuzzy řízení. Vydavat. ČVUT, Praha, 132 s.

WEI C.-C., HSU N.-S., 2006: Derived operating rules for a reservoir operation system: Comparison of decision trees, neural decision trees and fuzzy decision trees. Water Resour. Res., *44*, WO248, doi: 10 1029/2006 WR 005792.

ZADEH L.A., 1965: Fuzzy Sets. Information and Control, 8, p. 338–353.

ZADEH L.A., 1978: Fuzzy sets as a basic for a theory of possibility. Fuzzy Sets and Systems, *1*, 1, p. 3–28.

Došlo 25 septembra 2009
Prijaté 10. marca 2010

POSSIBILITY THEORY IN HYDROLOGY AND WATER MANAGEMENT

Karel Nacházel, Pavel Fošumpaur

The possibility theory originated in the late 1970's as another uncertainty theory ensuing from the fuzzy sets theory (*Zadeh*, 1978). Its aim was to estimate the occurrence of various uncertain phenomena, even in the case that they can be described only linguistically. The completed study is predominantly based on fundamental concepts and principles of Zadeh's work mentioned above.

The study was aimed to verify methodological procedures of the possibility theory in current water management tasks, above all in the impact of climatic change on the function of water sources. For that purpose, methodological procedures of solution of simultaneous occurrence of several factors were used, e.g. the *n*-variable distribution function, cartesian products and intersections of fuzzy sets. The theoretical solution was verified in examples of affected hydrological conditions in the Elbe catchment up to the city of Děčín. In this catchment, possibilities of occurrence of air temperature, precipitation, and runoff in various combinations by the degree of

the membership function of fuzzy sets, creating cartesian products, were explored.

Model RCAO + optimistic emissions scenario B2 and model HIRHAM + pessimistic scenario A2 were selected. The results of the tests were then presented graphically (Fig. 5 and 6); the possibility degree within the interval 0; 1 may be easily read from the figures. The topicality of specific *n*-tuple of factors may be judged by that degree.

The second task involved assessment of climatic change on the storage function of the Šance reservoir in the Odra River catchment. The solution was processed in 500-year synthetic discharge series (with a step equal to 1 month) for both the investigated climatic models HIRHAM with scenario A2 and model RCAO with scenario B2. This solution was compared with the solution in the unaffected 500-year series using regime curves of the reservoir, which express the relation between the improvement effect of the reservoir and the needed storage volume of the reservoir (Fig. 7). In the given case, it has been proved that climatic change has a negative impact on the storage function of the reservoir. In dry periods, major water supply faults than anticipated in the handling rules of the reservoir may arise. Under the condition of model HIRHAM A2, the improvement effect of the reservoir would decrease compared to the current state by 23 %, while in the case of model RCAO it would go down by 11 %. Therefore, development of water sources will have to be assumed in the given case in the future in order to secure water supply.

Some unsolved questions have arisen in the possibility theory which are relevant for practical application. For example, if the impact of climatic change on water sources is explored, quantification of causal factors as well as their development in time represent a serious problem. Also mutual relationships of these factors are quite a complex question. Some difficulties with fuzzification of variables have occurred in the numerical solution. As it has turned out, this trend cannot be considered as closed, more research will have to be done.

List of symbols

GCM	– General Circulation Model,
$H(X)$	– entropy of the variable X,
$H(r_E)$	– uncertainty measure of the possibility function r_E,
$H(X,Y)$	– joined entropy,
$H(X\|Y)$	– conditioned entropy,
L	– type of a membership function,
$P(X)$	– probability of the variable X,
Π_x	– possibility distribution associated with the variable X which takes values in U,
T	– information transmission,
U	– universe,
$U = U_1 \times ... \times U_n$	– cartesian product U,
A1, A2, B1, B2	– climate change scenarios,
$e(k)$	– regulation error,
$\pi_{(x)}(u)$	– possibility degree,
r_E	– characteristic function (possibility function),
$u_1, ..., u_n$	– values of the variable X on universe U with respective possibilities $\Pi = (\pi_1,...,\pi_n)$,
ε	– measure ranges over 0.5,
$\mu_A(X)$	– membership function of the set A.