J. Hydrol. Hydromech., *57*, 2009, 2, 130–141
DOI: 10.2478/v10098-009-0012-2

HYBRIDNÁ METÓDA PRE NÁVRH DISTRIBUČNÝCH SYSTÉMOV ROZVODU VODY

MILAN ČISTÝ, ZBYNĚK BAJTEK

Stavebná fakulta STU, Radlinského 11, 813 68 Bratislava, Slovenská republika; mailto: milan.cisty@stuba.sk

V článku je predstavený model cenovej optimalizácie pri navrhovaní priemerov potrubí okruhových tlakových rozvodov určených na distribúciu vody, ktorý je založený na kombinácii metódy lineárneho programovania (LP) a genetických algoritmov (GA). Cenovo optimálny návrh okruhových sietí patrí do triedy relatívne veľkých kombinatorických problémov, ktoré sú ťažko riešiteľné klasickými technikami matematického programovania. Z tohto dôvodu bolo v posledných dvoch dekádach vyvinutých aj viacero heuristických algoritmov. Napriek tomu pretrváva určitá neistota, pokiaľ ide o spoľahlivosť existujúcich metód, ktorá sa odzrkadľuje ich malým využitím v praxi. Autori predkladajú metódu, v ktorej sa pri hľadaní optimálneho návrhu okruhových sústav v zmysle priblíženia sa ku globálnemu minimu hlavný dôraz kladie na vyššiu spoľahlivosť. Ide o hybridnú metódu, ktorá kombinuje genetické algoritmy (heuristická zložka) s lineárnym programovaním (deterministická zložka). Autori verifikujú metódu na benchmarkovej distribučnej sústave, používanej na testovanie v odbornej literatúre a na dvoch modeloch derivovaných z tejto sústavy so známym riešením. Výsledky potvrdzujú, že v porovnaní s existujúcimi modelmi navrhovaná metóda zaručí vyššiu úroveň kvality dosahovaných výsledkov, tak v zmysle priblíženia sa ku globálnemu minimu, ako aj z hľadiska jednoduchšieho nastavovania parametrov GA a rýchlejšej konvergencie. Metódu možno použiť pri navrhovaní nových systémov aj na rekonštrukciu existujúcich systémov na rozvod pitnej vody a pri navrhovaní tlakových závlahových systémov.

KĽÚČOVÉ SLOVÁ: genetické algoritmy, lineárne programovanie, optimalizácia okruhových sietí rozvodu vody, hybridná metóda.

Milan Čistý, Zbyněk Bajtek: HYBRID METHOD FOR LEAST-COST DESIGN OF THE WATER DISTRIBUTION SYSTEMS. J. Hydrol. Hydromech., *57*, 2009, 2; 22 Refs., 5 Figs., 3 Tabs.

A new optimization model for determining the minimum cost for the design of water distribution systems is described in the paper based on a combination of linear programming methodology (LP) and a genetic algorithms approach (GA). The optimal design of looped hydraulic pipe networks belongs to the class of large combinatorial optimization problems that are difficult to handle using conventional operational research techniques. A many different heuristic algorithms have been developed in the last two decades and applied to the design of water distribution systems. Although many research efforts have been made for the sake of achieving the optimal design of the looped water distribution networks, there is still some uncertainty about finding a generally reliable method. The authors of the paper are proposing a method in which the main emphasis is placed on its higher reliability of finding an optimal solution in terms of closeness to a global minimum. In this study the efficiency of GA optimization was improved through a hybrid method, which combines the GA method (heuristic component) with a linear programming methodology (deterministic component). The proposed method was tested on three benchmark least-cost design problems and compared with other methods and the results suggest that the GALP consistently provides better solutions. It was investigated that the method gives results more reliable in terms of closeness to a global minimum. The proposed method guarantees very close convergence to a global optimum. The method is intended for use in the design and rehabilitation of drinking water systems and pressurized irrigation systems as well.

KEY WORDS: Genetic Algorithm, Linear Programming, Optimal Design of Looped Hydraulic Pipe Networks.

1. Úvod

Distribučný systém rozvodu vody je dôležitým prvkom mestskej alebo poľnohospodárskej infraštruktúry (vodovod, závlahový systém) a vyžaduje pre svoje vybudovanie a prevádzku nemalé investície. Z tohto dôvodu existuje pomerne rozsiahla odborná aktivita zameraná na hľadanie nových ekonomickejších a efektívnejších metód jeho optimálneho návrhu.

Pre optimálny návrh distribučných sústav rozvodu vody boli použité rozličné optimalizačné techniky. Pre vetvové sústavy bez okruhov je známe riešenie už od šesťdesiatych rokov minulého storočia, napríklad na báze lineárneho programovania (*Zdražil*, 1965) alebo metóda, ktorú vyvinul *Labye* (1966). Tieto postupy sa využívali najmä pri návrhu závlahových sústav. Pri návrhu vodovodných systémov alebo pri rekonštrukciách závlahových sústav aktuálnych v súčasnosti je potrebné navrhovať siete s okruhmi. Metódy matematického programovania aplikovali napríklad *Alperovits*, *Shamir* (1977), *Kessler*, *Shamir* (1989) alebo *Fujiwara*, *Khang* (1990). Tieto metódy sa neujali, keďže zlyhávajú pri riešení problémov veľkých okruhových systémov a linearizovaním pôvodného nelineárneho problému príliš zjednodušujú úlohy, ktoré je potrebné riešiť v praxi. V prípade použitia nelineárneho programovania nie je zaručené nájdenie globálneho optima.

V posledných dvoch dekádach sa výskum zameral na takzvané heuristické metódy. Sú to vyhľadávacie metódy riadené istou stratégiou, využiteľné na hľadanie riešení problémov, pre ktoré nejestvuje adekvátny špecifický algoritmus, prípadne priamočiara deterministická metóda.

Na optimalizáciu systémov rozvodu vody boli z tohto typu metód použité najskôr genetické algoritmy (GA). Tieto algoritmy simulujú logiku darwinovského prirodzeného výberu, ktorého výsledkom sú dokonalejšie organizmy. Genetický algoritmus podobnými princípmi vyhľadáva najlepšie riešenia technických a iných problémov. Bližší opis metódy možno nájsť napríklad v lit. *Goldberg* (1989). Simpson (*Simpson*, et al., 1994) použil jednoduchý genetický algoritmus, v ktorom je každá populácia reprezentovaná v reťazci (chromozóme) bitov identickej dĺžky. Každý chromozóm predstavuje jedno konkrétne riešenie, ktorého životaschopnosť určuje funkcia fitnes (obdoba objektívnej funkcie matematického programovania). Následne prístup pomocou GA vylepšil Dandy (*Dandy* et al., 1996) použitím konceptu variabilnej penalizačnej funkcie, adaptabilným mutačným operátorom, a zavedením tzv. šedého kódovania (gray codes). *Savic* a *Walters* (1997) použili základný GA v prepojení so simulačným modelom EPANET, ktorý umožňoval určiť penalizačné charakteristiky jednotlivých iterácií. Pri optimalizácii distribučných systémov vody boli použité aj iné heuristické metódy, ako napríklad simulované žíhanie (*Loganathan* et al., 1995; *Cunha* and *Sousa*, 2001); mravčie algoritmy (*Maier* et al., 2003); rôzne typy memetických algoritmov (*Eusuff* and *Lansey*, 2003) alebo harmonické vyhľadávanie (*Geem*, 2002).

V prípade použitia heuristických metód pre ich stochastický charakter vyvstáva otázka ich spoľahlivosti (najmä s ohľadom na to, že nie je verifikovateľné, aký je rozdiel medzi riešením získaným heuristickou metódou a globálnym optimom).

V tejto štúdii bolo uskutočnených niekoľko experimentov, a to podľa nasledujúcej schémy: pre metódu založenú na GA nie je podstatné, či rieši okruhovú alebo vetvovú sieť – optimalizovať možno obidve tieto konfigurácie. Pre účely testovania bola preto metodológia GA použitá na riešenie veľkej *vetvovej* siete. Tú istú sústavu možno vyriešiť aj lineárnym programovaním. Pretože výsledok dosiahnutý lineárnym programovaním je pre takúto úlohu bezpochyby globálnym minimom, dalo sa vidieť, ako blízko sa k tomuto výsledku priblížil algoritmus založený na GA (pri väčších sústavách až 7% odchýlka).

Pretože toto testovanie potvrdilo očakávanú odchýlku (známu aj v odbornej literatúre – napríklad *Solomatine*, 1998), autori navrhujú novú metódu, v ktorej hlavný dôraz sa kladie na menší rozdiel nájdeného riešenia od globálneho minima, bez neúmerného zvyšovania výpočtového času. Ako už bolo uvedené, spoľahlivosť heuristických metód je ich určitou slabinou, ktorá zapríčiňuje pomerne nízke využitie týchto metód pri návrhu okruhových sústav rozvodu vody, aj keď majú potenciál k významným úsporám investícií, ako bolo potvrdené pri návrhu vetvových závlahových systémov (5–20 %). Matematické modely vychádzajúce z LP boli využívané vo veľkej miere pri návrhu závlahových sietí vo Francúzsku, v bývalom Československu a v mnohých ďalších krajinách od polovice 60-tych rokov. Bolo to možné vďaka tomu, že závlahové systémy boli vo všeobecnosti navrhované ako vetvové, a pre takýto typ sietí boli dostupné uvedené optimalizačné metódy, ktoré spoľahlivo našli globálne optimum. Autori predpokladajú, že v prípade existencie spoľahlivej metódy aj pre okruhové sústavy bude možno širšie využívať optimalizáciu pri

návrhu rekonštrukcií, rozšírení a návrhu nových závlahových alebo vodovodných systémov, ktoré budú ekonomicky aj prevádzkovo efektívnejšie.

2. Materiály a metódy

Navrhovaná metóda rieši návrh priemerov na sústave s danou topológiou. Sú v nej využité dve algoritmické techniky – lineárne programovanie a genetický algoritmus. Cieľom kombinácie týchto dvoch metód je synergické využitie dobrých stránok deterministického aj heuristického prístupu. Výhoda navrhovanej hybridnej metódy spočíva v tom, že GA má v tomto kontexte významne menší prehľadávací priestor ako pri jej samostatnom použití. Efektívnosť hybridného prístupu už bola potvrdená aj v iných problematikách vodohospodárskeho výskumu (*Komorníková* et al., 2008).

Lineárne programovanie je spoľahlivejšie ako heuristické metódy vzhľadom na dosiahnutie globálneho minima. Keďže je však vhodné iba na riešenie vetvových sústav, je metóda GA určená na dekompozíciu komplexnej okruhovej siete na množinu postupne riešených vetvových sústav. Parametre, ktoré sa pomocou GA hľadajú, potom nie sú priemery potrubí na úsekoch ako v prípade štandardného použitia GA pre túto úlohu (napr. *Dandy* et al., 1996; Savic and Walters, 1997), ale miesta rozdelenia okruhov a odberov v rozdeľovacích uzloch. Hľadané priemery potrubí na úsekoch zisťuje až LP zahniezdené v účelovej (fitnes) funkcii GA.

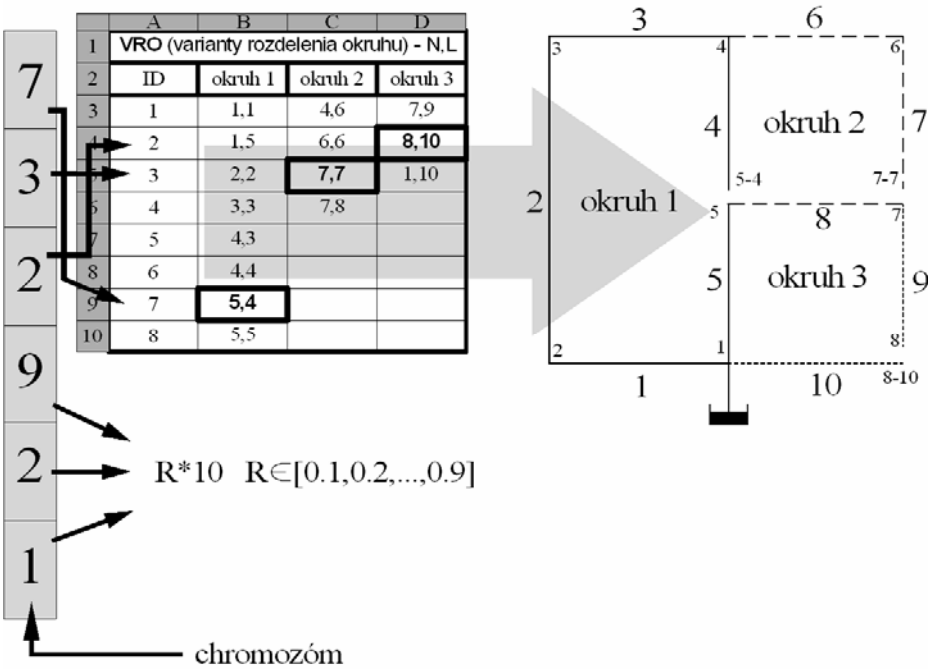
Dekompozícia okruhovej siete znamená, že každý okruh riešenej siete je algoritmom rozdelený v niektorom svojom uzle. Optimálne miesto rozdelenia siete hľadá genetický algoritmus. Sieť sa rozdeľuje výhradne v uzle s odberom alebo v odbočke z okruhu, v ktorom možno predpokladať prítok minimálne z dvoch úsekov, ktorých súčasťou je tento uzol. Môže ísť o hydrant alebo o iný priamy odber v uzle alebo o odbočku z uzla. Možno si to predstaviť v analógii s existujúcou sieťou – pri istom konkrétnom prevádzkovom stave je vždy v každom okruhu jeden uzol, do ktorého prichádzajú prítoky z dvoch strán; ak však v tomto uzle nie je odber alebo odbočka, táto situácia v ňom nemôže nastať. Keď by sme teoreticky rozdelili existujúcu sieť v takomto uzle, kde sa stretávajú prítoky (zdvojením tohto uzla) a príslušným rozdelením odberov medzi tieto dva uzly, sieť sa bude hydraulicky správať ako pred rozdelením, t.j. tlaky a prietoky zostanú vo všetkých miestach siete zachované.

Keď algoritmus v určitom uzle navrhne rozdelenie siete, na jeho mieste je uvedený ešte jeden uzol – jeho fiktívne „dvojča“ – s rovnakou nadmorskou výškou ako pôvodný uzol a pôvodný uzlový odber je medzi nimi rozdelený podľa určitého pomeru *R*. Tento fiktívny uzol sa zamení za pôvodný uzol na jednom z úsekov, ktoré do pôvodného uzla vstupujú. Vhodný uzol – pomer delenia *R* hľadá tiež genetický algoritmus. Sieť sa nadimenzuje pomocou LP tak, aby v oboch týchto uzloch bol taký istý (požadovaný) tlak. Dvojica uzlov vo výslednom riešení splynie do pôvodného uzla, do ktorého aj v pôvodnej okruhovej sieti priteká z každej strany prítok určený parametrom rozdelenia *R*. Toto je jedna iterácia algoritmu, výsledok z LP je hodnotou fitnes pre chromozóm (v ktorom je zadefinované miesto rozdelenia a pomer rozdelenia odberov) a GA pomocou svojich mechanizmov (mutácia, kríženie, selekcia) hľadá ďalšie možné (a lepšie) miesta rozdelenia siete, až po mnoho generáciách vyhľadá také, v ktorom sa po rozdelení siete získa najlacnejšia verzia siete, ktorú počíta vo funkcii fitnes genetického algoritmu lineárne programovanie.

Odber v uzle delenia je rozdelený medzi pôvodný a nový uzol s určitým racionálnym počtom alternatív. Počet alternatív závisí od veľkosti odberu – väčší odber v uzle si vyžaduje väčší počet alternatív rozdelenia odberu medzi pôvodný uzol a jeho dvojča. Takže počet možností ako rozdeliť okruh (počet uzlov delenia) prenásobený množstvom alternatív rozdelenia odberu v uzle delenia okruhu poskytuje celkový počet alternatív, na ktoré možno rozdeliť jeden okruh. Pri sústavách s viacerými okruhmi je nevyhnutné uvážiť každú možnú kombináciu týchto alternatív pre všetky okruhy medzi sebou. Pre všetky takto vzniknuté vetvové siete sám algoritmus zostavuje a vyhodnocuje optimalizačný model na báze LP. Výber z možných kombinácií delenia okruhovej siete na vetvovú riadi GA.

V predchádzajúcej časti je opísaný základný princíp algoritmu; čo nasleduje ďalej, sú niektoré detaily jeho implementácie.

Každému okruhu riešenej sústavy je priradená dvojstĺpcová VRO matica (t.j. varianty rozdelenia okruhu). Táto matica je zobrazená na obr. 1. Pozostáva zo stĺpca pre uzly *N*, v ktorých možno daný okruh deliť a zo stĺpca úsekov, na ktorých sa vymení pôvodný uzol *N* za jeho dvojča, čím sa daný okruh rozdelí. Toto priradenie potrubí okruhom je tiež demonštrované na obr. 1 (okruh 1 – úseky 1, 2, 3, 4, 5, okruh 2 – 6, 7, 8 a okruh 3 – 9, 10). Priradenie úsekov okruhom je zobrazené na obr. 1 aj po-



Obr. 1. Jeden možný chromozóm pre schematickú 3-okruhovú sieť s R_s nastaveným na 0,1.
Fig. 1. One possible chromosome for a schematic 3-loop network with R_s set to 0.1

mocou rôznych typov čiar. Pôvodný uzol *N* je klonovaný do svojho dvojčaťa *N-L*. Toto dvojča nahradí pôvodný uzol *N* na úseku *L* a na všetkých ostatných úsekoch, ktorých súčasťou bol v pôvodnej okruhovej sieti uzol *N*, zostane tento uzol zachovaný. Druhý parameter, na základe ktorého sa tvoria alternatívy siete, je už spomenutý pomer *R*, podľa ktorého je pôvodný odber v uzle *N* rozdelený medzi uzly *N* a *N-L*.

Každá možnosť pre každý okruh môže byť skombinovaná s alternatívami pre rozdelenie ďalších okruhov v sieti, čo vyprodukuje skupinu vetvových sietí pre výpočet pomocou LP. Každá z takto vzniknutých vetvových sietí môže byť pri hľadaní optimálneho riešenia vybraná genetickým algoritmom. Metóda lineárneho programovania je zahniezdená v jeho funkcii fitnes, kde určuje cenu riešenia.

Matematická formulácia lineárneho programovania je známa a preto ju uvádzame len stručne:

$$X_{11} + X_{12} + ... + X_{1n} = B_1$$
$$X_{21} + X_{22} + ... + X_{2n} = B_2$$
$$X_{m1} + X_{m2} + ... + X_{mn} = B_m \quad (1)$$

$$A_{11} X_{11} + A_{12} X_{12} + ... + A_{xy} X_{xy} \leq C_i \text{ atď.} \quad (2)$$

$$D_1 X_{11} + D_2 X_{11} + ... + D_j X_{mn} = \min$$
(účelová funkcia). (3)

Riešenie musí vyhovovať nerovnici:

$$X_{11} > 0;\ X_{12} > 0 \text{ etc. up to } X_{mn} > 0, \quad (4)$$

kde X_{ij} – neznáma dĺžka vybraného priemeru *j* na úseku *i*; zvolené priemery musia splniť rýchlostnú podmienku daného úseku,
B_i – celková dĺžka úseku,
C_i – povolené celkové straty pre obmedzenia,
D_i – jednotková cena potrubia s priemerom *i*.

V prípade riešenia optimálneho návrhu potrubnej siete pomocou lineárneho programovania sú neznámou dĺžky zvolených priemerov na úseku. LP rozdelí niektoré úseky a navrhne na nich dva priemery – aby nevznikli príliš malé segmenty, možno začleniť nerovnice pre obmedzenie veľkosti neznámych (X_{ij} je väčšie ako percento dĺžky úseku resp. pevná dĺžka). V podmienke (1) je matematicky vyjadrená požiadavka, aby sa suma neznámych dĺžok jednotlivých priemerov na danom úseku rovnala celkovej dĺžke úseku. Druhý typ podmienky (2) vyjadruje požiadavku, aby celkové tlakové straty na hydraulickej ceste medzi čerpacou stanicou a každým z kritických uzlov (konce siete, nepriaznivo výškovo situované uzly), boli rovné alebo nižšie ako je požadovaný tlak. Táto rovnica je založená na minimálnych tlakových požiadavkách pre prevádzku siete, pričom je definovaný rovnaký počet týchto rovníc ako je počet kritických uzlov v sieti. Objektívna funkcia (3) vyjadruje požiadavky na minimalizáciu investičných nákladov (možno

zahrnúť aj prevádzkové náklady, pokiaľ je odhadnuteľný vývoj cenových parametrov energie).

V prípade že majú byť do modelu LP zahrnuté premenlivé odberné podmienky, je potrebné vytvoriť sústavu rovníc (2) pre každú odbernú situáciu.

Model lineárneho programovania musí byť rozšírený o okruhovú podmienku, a to i napriek tomu, že každý okruh bol rozdelený na dve vetvy uvedenou metódou využívajúcou GA. Je potrebné dodržať zhodný tlak v uzle, v ktorom bol okruh rozdelený a v jeho dvojčati, keďže všetky uzly – dvojčatá, v ktorých bola rozdelená okruhová sieť, po prebehnutí navrhovaného algoritmu zaniknú (vetvová sieť sa znovu spojí do okruhovej).

Pri zostavení modelu LP je preto k rovniciam nevyhnutné pridať podmienku zhody tlaku v pôvodnom uzle N a v jeho dvojčati N-L:

$$E_i = A_{11} X_{11} + A_{12} X_{12} + ... + A_{xy} X_{xy} \quad (5)$$

$$E_{i+1} = A_{11} X_{11} + A_{12} X_{12} + ... + A_{xy} X_{xy} \quad (6)$$

$$E_i - E_{i+1} = 0, \quad (7)$$

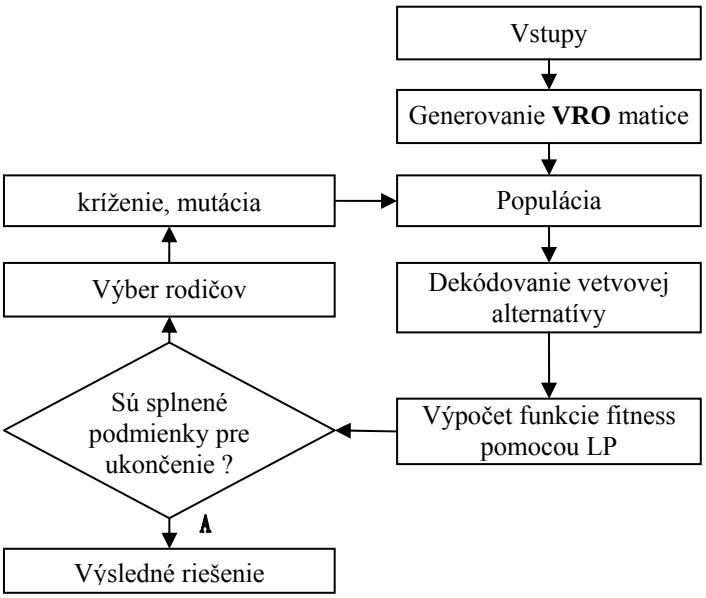
kde E_i – straty na hydraulickej ceste od zdroja vody k uzlu delenia,

E_{i+1} – straty na hydraulickej ceste od zdroja vody k dvojčaťu uzla delenia,

A_{mn} – hydraulické straty úseku m a priemeru n, ktoré patria špecifickej ceste,

X_{ij} – neznáma dĺžka vybraného priemeru j v úseku i.

V prípade štandardných modelov používajúcich na optimalizáciu návrhu distribučnej sústavy pre rozvod vody GA, je chromozóm zvyčajne tvorený rovnakým počtom génov, ako je v danej sieti potrubných úsekov (*Čistý*, 2002b). Návrh chromozómu je jednou z hlavných častí definície optimalizačného problému. Na rozdiel od štandardnej formulácie GA, v navrhovanej metóde gén nesie hodnotu parametra, ktorý je číslom riadku vo VRO matici okruhu, nie hodnotu návrhového parametra pre úsek (priemer). Tento riadok obsahuje uzol N a úsek L, ktoré určujú, ako sa príslušný okruh v danom prípade rozdelí. V chromozóme bude preto pre tento účel rovnaký počet génov ako je počet okruhov v sieti (každý okruh má svoju vlastnú VRO maticu). Celkový počet génov v chromozóme sa rovná dvojnásobku počtu okruhov v sieti, keďže druhá polovica génov definuje pomer rozdelenia odberu R pre každý okruh v distribučnej sústave, kde R je reálne číslo medzi 0 a 1. R vyplýva zo špecifikovania parametra R_s vo vstupných údajoch – čo je krok pre R: množina prípustných R je tvorená každým násobkom R_s medzi R_s a $1–R_s$. Definíciu chromozómu môžeme vidieť na obr. 1; schéma kompletného algoritmu hybridnej metódy GALP je zobrazená na obr. 2.



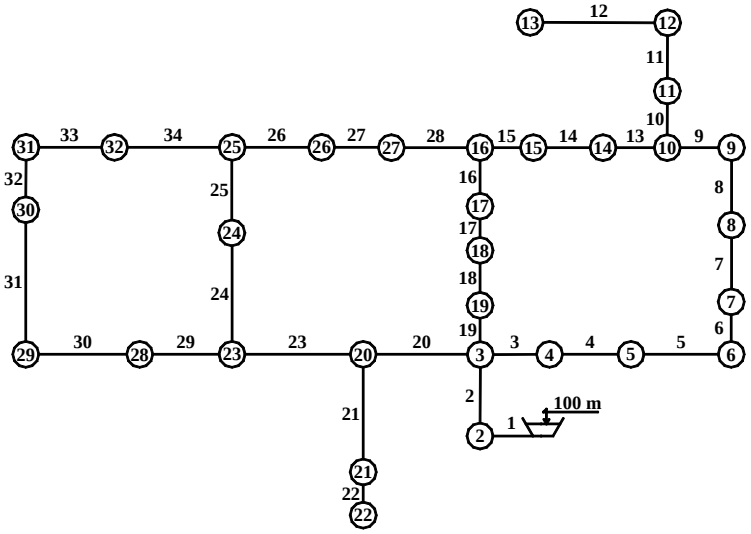
Obr. 2. Schéma GALP algoritmu pre optimalizáciu potrubnej sústavy pre rozvod vody.
Fig. 2. The GALP algorithm scheme for optimization of the water distribution network.

3. Výsledky

Hybridný model vyvinutý na optimalizáciu návrhu tlakových rozvodov vody bol testovaný na troch benchmarkových systémoch: Hanoi, dvojitý Hanoi a trojitý Hanoi. Prvý problém je prevzatý z literatúry a štandardne sa používa pri testovaní nových metód pre túto optimalizačnú úlohu. Systém benchmarkových modelov je zavedený v komunite zaoberajúcej sa vývojom optimalizačných metód pre okruhové sústavy vzhľadom na to, že úloha nemá deterministické riešenie, a preto sa dosiahnuté výsledky týmto spôsobom relatívne porovnávajú. Preto aj autori volili zaužívanú sústavu, i keď tento článok nie je písaný v svetovom jazyku, keďže by pri voľbe napríklad českej alebo slovenskej sústavy nebolo možné posúdiť (porovnať) výsledné riešenie. Druhý a tretí optimalizačný problém je navrhnutý autormi v snahe vyhodnotiť metódu na rozsiahlejších problémoch, ako je väčšina používaných benchmarkových modelov. Z dôvodu konfigurácie týchto dvoch nových optimalizačných problémov (dvojitej a trojitej Hanoi sústavy, obr. 4, 5) je ich optimálna cena, ako bude uvedené ďalej, známa.

Vodovodnú distribučnú sieť Hanoi (Vietnam) prvýkrát predstavili v práci *Fujiwara* a *Khang* (1990) a je zobrazená na obr. 3. Pri návrhu je k dispozícii šesť komerčne dostupných priemerov potrubí (304,8, 406,4, 508, 609,6, 762 a 1016 mm). Cena každého potrubia i s priemerom D_i a dĺžkou L_i je vypočítaná pomocou vzorca $C_i = 1{,}1 \times D_i^{1,5} L_i$, kde cena C_i je v dároch, priemer je v palcoch a dĺžka je v metroch. Koeficient drsnosti podľa Hazena-Williamsa je rovnaký pre všetky potrubia a jeho hodnota je 130. Nepoužívame vzorec Colebrooka-Whita vzhľadom na spomínanú porovnateľnosť výsledkov s výsledkami iných autorov. Údaje potrebné na optimalizáciu možno nájsť v práci *Fujiwara*, *Khang* (1990) a na mnohých iných miestach, keďže tento model bol veľmi často používaný rôznymi autormi na porovnanie dosiahnutých výsledkov optimalizačnými metódami. V referenciách tohto článku je uvedený aj odkaz na internetovú stránku s podrobnými údajmi o tejto sústave (*HTTP*).

Systém distribučnej sústavy Hanoi pozostáva z troch okruhov, takže algoritmus vytvoril tri VRO matice. Pokiaľ ide o nastavenia genetického algoritmu, špecifikovali sa tieto parametre: pre voľbu rodičov ďalšej generácie bol použitý tzv. ruletový výber na báze fitnes; z dôvodu krátkosti chromozómu bolo zvolené jednobodové kríženie a pravdepodobnosť, že vybraná dvojica reťazcov bude predmetom kríženia, bola zadaná operátorom kríženia $p_c = 0{,}9$. Hodnota mutácie bola nastavená na $p_m = 0{,}1$. V hlavnej časti algoritmu venovanej rozdeleniu pôvodného odberu medzi dvojicu uzlov, v ktorej je daná sieť rozdelená, bola pre krok pomeru R zvolená hodnota R_s rovná 0,1. Algoritmus našiel riešenie s hodnotou $6 057 697 po 8802 iteráciách. Dôležitým faktom je to, že tento výsledok bol dosiahnutý bez dolaďovania nastavení GA; pri experimentovaní s nastavením GA, ktoré bolo vykonané len v snahe „zmiasť“ GA (menením parametrov ako kríženie, mutácia, veľkosť populácie,



Obr. 3. Sieť Hanoi.
Fig. 3. Hanoi network.

penalizačná funkcia), boli dosiahnuté v získanom riešení len malé odchýlky. Malý stupeň vplyvu nastavení GA sa prejavil rovnako s ohľadom na získavanú optimálnu cenu ako aj na počet iterácií. Tento fakt je dôležitý, pretože znamená, že pre túto sieť a rovnako aj pre siete podobnej veľkosti nie je nevyhnutné robiť prácne a časovo náročné ladenie parametrov GA. Typická konvergencia optimalizácie je zobrazená na obr. 6. Pretože predložená metóda má stochastickú zložku, výsledok nie je pri každom behu úplne rovnaký, avšak ako už bolo spomenuté, je vždy veľmi podobný. Ako demonštruje tab. 1, z literatúry nie je známe lepšie riešenie, ako sme dosiahli v tejto práci (s dodržaním požadovaných tlakov za použitia výpočtu hydraulických strát pomocou EPANETu). V tab. 2 je opísané optimálne riešenie pre sieť Hanoi zistené predloženou metódou.

Výkonnosť navrhovaného hybridného modelu bola testovaná aj jeho aplikáciou na optimálny návrh dvojitej a trojitej sústavy Hanoi. Tieto dva problémy použili autori v snahe vyhodnotiť predstavenú metódu aj na väčších sústavách. Vzhľadom na konfiguráciu dvojitej a trojitej sústavy Hanoi ich optimálna cena je známa, čo je potrebné vzhľadom na vyhodnotenie a porovnanie výsledkov (obr. 4, 5).

V prípade dvojitej siete Hanoi sú všetky parametre tejto sústavy pre vodojem, uzly, úseky a profily na obidvoch zrkadlených stranách rovnaké ako v pôvodnej sieti Hanoi s výnimkou prvého potrubia (z nádrže do uzla 2), ktorý je oproti pôvodnému skrátený zo 100 m na 28,9 m. Táto zmena je vykonaná v snahe dosiahnuť rovnaký tlak v uzle 2 ako na pôvodnej sieti Hanoi, čo umožňuje predpokladať ten istý výsledok v zodpovedajúcich úsekoch ako pri pôvodnej sústave Hanoi (s priemerom 1016 mm na úseku 1, ktorý tu bude určite navrhovaný každou optimalizačnou metódou). V uzle 2 je rovnaký odber ako v pôvodnej distribučnej sústave Hanoi, nie je zdvojený. Pri týchto podmienkach môžeme dopredu určiť referenčnú (globálnu) cenu optimálneho riešenia takto:

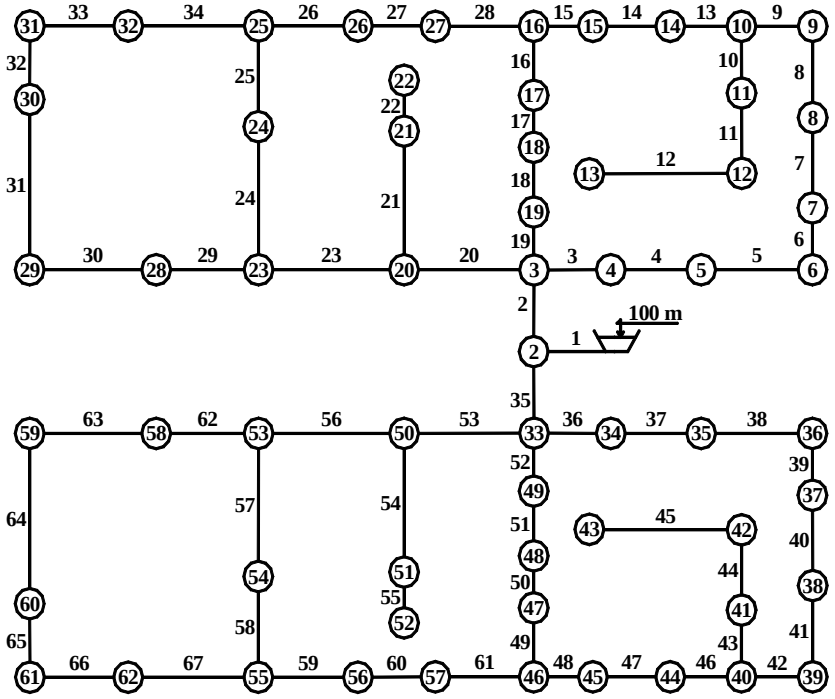
T a b u ľ k a. 1. Výsledky pre sieť Hanoi.
T a b l e 1. Results for Hanoi network.

Autori/ metóda	Cena [$]	Typ riešenia
Fujiwara and *Khang* (1990, 1991)	6 116 000	jeden priemer potrubia pre úsek
Savic and *Walters*/GA (1997)*	6 073 000	jeden priemer potrubia pre úsek
Abebe and *Solomatine*/GA (1998)	7 000 000	jeden priemer potrubia pre úsek
Cunha and *Sousa*/Simulated annealing (1999) *	6 056 000	jeden priemer potrubia pre úsek
Geem Z.W. / Harmony search (2002)	6 081 087	jeden priemer potrubia pre úsek
Liong and *Atiquzzaman*/Shuffled Complex Evolution (2004)	6 220 000	jeden priemer potrubia pre úsek
Tospornsampan, *Kita*, *Ishii*, *Kitamura*/TS-GA (2007)	6 066 000	delenie úsekov
Čistý, *Bajtek*/GALP(2008)	6 057 697	delenie úsekov

*Nebol dodržaný minimálny požadovaný tlak

T a b u ľ k a. 2. Výsledky pre sieť Hanoi.
T a b l e 2. Results for Hanoi network.

Úsek ID	Dĺžka [m]	Priemer [mm]	Úsek ID	Dĺžka [m]	Priemer [mm]	Úsek ID	Dĺžka [m]	Priemer [mm]	Úsek ID	Dĺžka [m]	Priemer [mm]
1	100	1016	11	1200	609.6	20	2200	1016	29	1500	406,4
2	1350	1016	12	3500	609,6	21	489,1	406,4	30	1629	304,8
3	900	1016	13	299,5	406,4		1011	508		370,9	406,4
4	1150	1016		500,5	508	22	500	304,8	31	1600	304,8
5	1450	1016	14	500	406,4	23	2650	1016	32	150	406,4
6	450	1016	15	550	304,8	24	1230	762	33	860	406,4
7	850	1016	16	2730	304,8	25	1300	762	34	59,9	508
8	850	1016	17	1750	406,4	26	850	508		890,1	609,6
9	97,5	762	18	400,3	508	27	263,7	304,8	Cena [$]: 6 057 697		
	702,5	1016		399,7	609,6		36,3	406,4			
10	950	762	19	400	609,6	28	750	304,8			



Obr. 4. Schéma dvojitej siete Hanoi.
Fig. 4. Double Hanoi network.

$$C_{DH} = 2 * C_H - 2 * L_1 * C_1 + 28{,}9 * C_1, \quad (8)$$

kde C_{DH} –optimálna cena dvojitého Hanoia,
C_H – referenčná optimálna cena siete Hanoi,
L_1 – dĺžka prvého potrubia v pôvodnej sieti (100 m),
C_1 – jednotková cena priemeru 1016 mm ($ 278,28).

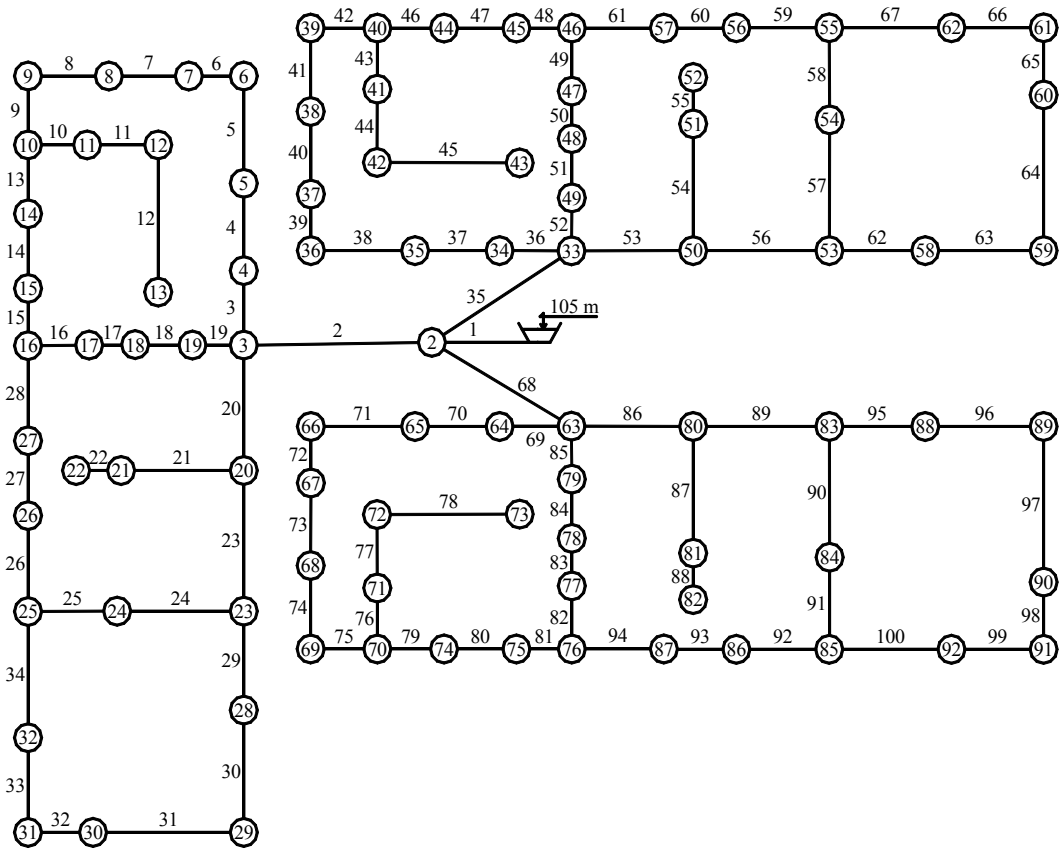
Trojitá sieť Hanoi (obr. 5) pozostáva z troch jednoduchých sietí Hanoi, ktorých parametre (odber a dĺžky potrubí) sú zachované s výnimkou troch úsekov a parametrov nádrže, ktoré boli zmenené s cieľom dosiahnuť v uzloch 3, 33 a 63 rovnaký tlak aký bol v pôvodnej sieti Hanoi v uzle 3. Zmeny spočívajú v zvýšení hladiny nádrže na hodnotu 105 m, v skrátení prvého (spoločného) úseku na 10 m a predĺžení úsekov 2, 35 a 68 na 1791,9 m (úsek 2) a 1646,6 m (úseky 35 a 68), pričom pre tieto úseky sa dá predpokladať, že priemer 1016 mm bude na týchto úsekoch navrhovaný každou optimalizačnou metódou. Na rozdiel od pôvodnej distribučnej sústavy Hanoi v uzle 2 je nastavený nulový odber. Za týchto podmienok môžeme predpokladať rovnaké priemery na zodpovedajúcich úsekoch ako pri jednoduchej sústave Hanoi a určiť referenčnú cenu optimálneho riešenia takto:

$$C_{TH} = 3 * C_H - 3 * L_1 * C_1 - 3 * L_2 * C_1 + (1791{,}9 + (2*1646{,}6)) * C_1, \quad (9)$$

kde C_{TH} –je optimálna cena trojitej sústavy Hanoi,
C_H – referenčná optimálna cena siete Hanoi,
L_1 – dĺžka prvého potrubia v pôvodnej sieti (100 m),
L_2 – dĺžka druhého potrubia v pôvodnej sieti (1350 m),
C_1 – jednotková cena priemeru 1016 mm ($278,28).

Pre najlepšie riešenie pôvodnej sústavy Hanoi ($6 057 697) to znamená, že optimálne riešenie dvojitej Hanoi sústavy je $12 067 780,3 a pre trojitú sústavu Hanoi $18 380 437,42.

Keďže je v odbornej literatúre publikovaných viac prác, v ktorých navrhnuté optimalizačné modely patria do kategórie riešení, kde algoritmus určuje vždy iba jeden priemer potrubia pre úsek, porovnanie bolo potrebné urobiť relatívne (predkladaný model navrhuje v prípade potreby na niektorých úsekoch dva priemery, čo umožňuje nižšie celkové ceny). Ako referenčný (najlepší) návrh bol uvažovaný z týchto dôvodov ten, ktorý bol dosiahnutý metódou harmonického prehľadávania – $6 081 086, ktoré je opísané v práci *Geem* (2002). Keď je tento výsledok uvažovaný ako referenčné optimum, dostaneme pre sústavu dvojitej siete Hanoi (pri návrhu iba jedného priemeru na úseku) referenčnú optimálnu cenu $12 114 558,3. Pre trojitú sieť Hanoi je táto referenčná optimálna cena $18 450 604,42.



Obr. 5. Schéma trojitej siete Hanoi.
Fig. 5. Triple Hanoi network.

Tieto údaje budú využité neskôr pri zhodnotení riešení získaných optimalizačnými výpočtami (uvedené údaje sú ideálne – výpovedné a porovnateľné sú percentuálne odchýlky od týchto cien).

Do výpočtov sme použili rovnaké parametre GA ako v prípade pôvodnej sústavy Hanoi. V dvojitej sústave Hanoi algoritmus našiel riešenie s cenou $12 073 039. Pri trojitej sústave Hanoi bol výsledok optimalizácie $18 733 159. Tabuľku priemerov pre rozsiahlosť neuvádzame, sú k dispozícii u autorov.

Autori porovnali optimalizáciu riešenia distribučnej sústavy pre dvojitú a trojitú sústavu Hanoi s riešeniami dosiahnutými inými metódami. Pre porovnanie boli použité modely (GANetXL, OptiDesigner), ktoré využívajú pre optimalizáciu rôzne alternatívy genetických algoritmov a HSNet využívajúci harmonické prehľadávanie. Porovnanie výsledkov je v tab. 3.

GALP je navrhovaná metóda, GA je výpočet podľa genetického algoritmu použitý v GALPe, Harmony search je metóda podľa literatúry *Geem* (2002), OptiDesigner je metóda GA firmy OptiWater z http://www.optiwater.com/optidesigner.html (pre trojitý Hanoi nenašla riešenie) a GANetXL je software autorov z exeterskej univerzity dostupný na adrese http://centres.exeter.ac.uk/cws/technology/20-genetic-algorithms/76-ganetxl. Ako môžeme z dosiahnutých výsledkov predpokladať, percentuálny rozdiel získaného riešenia voči referenčnému riešeniu (globálnemu optimu) porastie úmerne s veľkosťou optimalizovanej siete. V porovnaní s testovanými heuristickými metódami sú preto pri hľadaní optimálneho návrhu stredných a veľkých sietí aj pri zväčšovaní siete významné v tab. 3 uvedené podstatne menšie rozdiely, získané navrhovanou hybridnou metódou.

4. Záver

Autori článku predstavujú metódu pre optimalizáciu návrhu optimálnych priemerov, prípadne ďalších parametrov (tlak v ČS, hladina vo vodojeme) distribučného systému rozvodu vody, ktorý má danú topológiu. V rámci optimalizácie topologického návrhu je možné iba to, aby model rozhodoval o začlenení resp. nezačlenení niektorých vopred navrhnutých úsekov do sústavy – napríklad úsekov pridávajúcich do sústavy ďalšie okruhy. Metóda

T a b u ľ k a 3. Porovnanie výsledkov.
T a b l e 3. Result comparison.

Metóda	Sústava „Hanoi“	Sústava „dvojitý Hanoi“	Odchýlka od referenčnej hodnoty [%]	Sústava „trojitý Hanoi“	Odchýlka od referenčnej hodnoty [%]
GALP	6 056 000	12 073 039	0,05	18 394 255	0,11
GA	6 101 073	12 534 891	3,47	19 170 178	3,90
Harmony search	6 081 086	12 540 000	3,50	19 249 338	4,20
OptiDesigner	6 115 055	12 795 541	5,08	–	–
GANetXL	6 121 799	12 537 601	3,13	21 239 593	13,13

synergickým využitím deterministických a heuristických metód zabezpečuje vyšší stupeň presnosti výsledkov vzhľadom na globálne optimum tohto problému voči existujúcim metódam. Genetický algoritmus je použitý vo vonkajšom cykle algoritmu a slúži na rozloženie komplexnej okruhovej siete na skupinu možných vetvových sietí. Lineárne programovanie zahniezdené vo funkcii fitnes GA sa využíva na nájdenie optima v každej takejto možnosti a nakoniec celkového výsledku optimalizácie. Metóda je v článku opísaná a otestovaná na benchmarkových problémoch. Na autormi navrhnutých modeloch „dvojitý Hanoi“ (s 67 potrubiami) a „trojitý Hanoi“ (so 100 potrubiami a 9 okruhmi) sa potvrdilo, že priblíženie sa ku globálnemu optimu je podstatne lepšie ako pri použití čisto heuristickej metódy.

Dôležité je, že priblíženie sa ku globálnemu minimu neznamená iba o čosi lacnejšiu sústavu, ale aj lepšie navrhnutú sústavu – optimálny návrh je zvyčajne tiež logickejší návrh. Pri suboptimálnych riešeniach sa pri použití menej presných heuristických metód napríklad často stáva, že nasleduje väčší priemer za menším v smere toku vody a podobne.

Vzhľadom na to, že ide o novú metódu, je v tomto príspevku predstavená vo svojej najjednoduchšej podobe – navrhujú sa iba priemery potrubí v novej sústave s jedným zdrojovým bodom (vodojem). Riešenie s viacerými zdrojovými bodmi je možné iba pri uvažovaní konštantnej hladiny vody v každom vodojeme – tieto hladiny môžu byť zadané buď známymi hodnotami alebo ako ďalšie neznáme, ktoré model navrhuje. Kolísanie hladín v priebehu prevádzky by bolo potrebné následne preveriť simulačným modelom. Do rovníc definujúcich „vnútornú“ časť modelu (LP) možno zadefinovať napríklad známe alebo existujúce priemery na úsekoch v prípade rekonštrukcie alebo rozšírenia, zaviesť ďalšiu neznámu pre tlak v zdrojovom uzle – čerpadle a optimalizovať prevádzkové náklady (pravda s problematickým stanovením vývoja cien energie) a v článku je uvedené, ako upraviť model pre výpočet, ktorý zohľadňuje viac odberných situácií. Na základe skúseností z testovania metódy možno odvodiť, že pre sústavy, ktoré majú viac ako 20 okruhov, by už výpočet bežal viac ako jeden deň. Toto obmedzenie však úzko súvisí so softwarovou a hardwarovou implementáciou algoritmu, v ktorej možno veľa vylepšiť. Okrem toho v ďalšom vývoji metódy je potrebné zohľadniť ďalšie kritériá pri optimalizácii ako napríklad hydraulickú spoľahlivosť siete, minimalizáciu únikov zo siete a podobne. Autori riešili základnú úlohu v snahe získať pre takéto úlohy lepšiu východiskovú platformu, na ktorej ich možno budovať.

Poďakovanie. Autori ďakujú za podporu tejto štúdie získanú z grantu 1/0496/08, 1/0585/08 a z projektu APVV-0443-07.

LITERATÚRA

ALPEROVITS E., SHAMIR U., 1977: Design of Optimal Water Distribution Systems. Water Resources Research, AGU, vol. *13*, no. 6, 885–900.

CUNHA M. C. and SOUSA J., 2001: Hydraulic infrastructures design using simulated annealing. Journal of Infrastructure Systems, ASCE, *7*, 1, 32–39.

ČISTÝ M., 2002a): Rehabilitation of Irrigation Pressurised Pipe Systems Using Optimisation Techniques. J. of Land and Water Development, No. 6, Polish Academy of Sciences, p. 117–128.

ČISTÝ M., 2002b): Optimalizačné a simulačné modely v závlahách súčasnosti. Edícia vedeckých prác, STU Bratislava, 93 s. ISBN 80-227-1770-3.

DANDY G.C., SIMPSON A.R., and MURPHY L.J., 1996: An Improved Genetic Algorithm for Pipe Network Optimization. Water Resources Research, *32*, 2, 449.

EIGER G., SHAMIR U. and BEN-TAL A., 1994: Optimal Design of Water Distribution Networks. Water Resources Research, *30*, 9, 2637–2646.

EUSUFF M.M., and LANSEY K.E., 2003: Optimisation of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm. J. Water Resources Planning and Management, *129*, 3, 210–225.

FUJIWARA O., and KHANG D.B., 1990: A Two-Phase Decomposition Method for Optimal Design of Looped Water Distribution Networks. Water Resources Research, *26*, 4, 539–549.

GEEM Z.W., KIM J.H. and LOGANATHAN G.V., 2002: Harmony search optimization: application to pipe network

design. International Journal of Modelling and Simulation, *22*, 2, 125–133.
GOLDBERG D.E., 1989: Genetic Algorithms in Search. Optimization and Machine Learning, New York, Addison-Wesley.
HTTP://www.centres.ex.ac.uk/cws/benchmarks/layout/12-layout/37-hanoi-water-distribution-network.
KESSLER A., and SHAMIR U., 1989: Analysis of the Linear Programming Gradient Method for Optimal Design of Water Supply Networks. Water Resources Research, *25*, 7, 1469–1480.
KOMORNÍKOVÁ M., SZOLGAY J., SZÖKEOVÁ D., JURČÁK S:, A hybrid modelling framework for forecasting. J. Hydrol. Hydromech., *56*, 2008, 4, 145–162.
LABYE Y., 1966: Etude des procèdes de calcul ayant pour but de rendre minimal le coût d'un réseau de distribution d'eau sous pression. La Houille Blanche, 5, 577–583.
LABYE Y., 1981: Iterative Discontinuous method for networks with one or more flow regimes. Proceedings of the International Workshop on Systems Analysis of Problems in Irrigation, Drainage and Flood Control. New Delhi, 30 November – 14 December, 31–40.
LIONG SHIE-YUI and ATIQUZZAMAN Md., 2004: Optimal Design of Water Distribution Network Using Shuffled Complex Evolution. J. of The Institution of Engineers, Singapore, Vol. *44*, Issue 1.
LOGANATHAN G.V., GREENE J.J., and AHN T.J., 1995: Design heuristic for globally minimum cost water-distribution systems. J. of Water Resources Planning and Management, ASCE, *121*, 2, 182–192.
MAIER H.R., SIMPSON A.R., FOONG W.K., PHANG K.Y., SEAH H.Y. and TAN C.L., 2001: Ant Colony Optimization for the Design of Water Distribution Systems. Proceedings of the World Water and Environmental Resources Congress, Don Phelps, Gerald Sehlke (eds.), May 20–24, 2001, Orlando, Florida, USA.
SAVIC D.A. and WALTERS G.A., 1997: Genetic algorithms for least-cost design of water distribution networks. J. of Water Resources Planning and Management, ASCE, *123*, 2, 67–77.
SOLOMATINE D.P., 1998: Genetic and other global optimization algorithms – comparison and use in calibration problems. Proc. 3rd International Conference on Hydroinformatics. Copenhagen, Denmark, 1021–1028.
SIMPSON A.R., DANDY G.C., and MURPHY L.J., 1994: Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization. J. of Water Resources Planning and Management, ASCE, *120*, 4, 423–443.
TOSPORNSAMPAN J., KITA I., ISHII M., KITAMURA Y., 2007: Split-Pipe Design of Water Distribution Networks Using a Combination of Tabu Search and Genetic Algorithm. International Journal of Computer, Information, and Systems Science, and Engineering, *1*, 3.
ZDRAŽIL K., 1965: Výskum výpočtových a grafických metód pre návrh závlahových rúrových sietí. VÚZH Bratislava.

Došlo 7. júla 2008
Štúdia prijatá 19. februára 2009

HYBRID METHOD FOR LEAST-COST DESIGN OF THE WATER DISTRIBUTION SYSTEMS

Milan Čistý, Zbyněk Bajtek

The design of an optimal water distribution network is a complex task. Various deterministic and heuristic algorithms have been proposed and attempted for solving this problem. The main concerns are to achieve the optimal solution with the minimum design cost which, at the same time, satisfies the required minimum pressure head at certain demand nodes and can use only commercially available pipe sizes. Researchers have focused on stochastic or so-called heuristic optimization methods in last two decades. Heuristic methods are used for solving a very general class of computational problems by combining various rules for finding a solution in a hopefully efficient way. Heuristic methods are generally applied to problems for which there is no satisfactory problem-specific algorithm or when it is not practical to implement such a method (which is the case of this task). Although the heuristic methods offer very good results from many points of view, it has also some disadvantages:

- it cannot guarantee the generation of a global or near global optimal solution, particularly for large-scale systems,
- it requires extensive fine-tuning of the algorithm's parameters, which are highly dependent on the individual problem,
- it can produce solutions in which the diameters can be optimally found from an economic point of view, but the diameters could in some conditions be distributed randomly: for instance, for the branched part of networks, there could be bigger diameters in some parts after smaller ones in the direction of the flow, which is not acceptable in real engineering design. This is the case mainly of those solutions which are not close to global optimum.

For these reasons the authors of this paper proposes a method in which genetic algorithms are incorporated, but the final solution is produced by linear programming. The proposed method is based on a combination of linear programming methodology and a genetic algorithms approach. The main idea is that linear programming is more dependable than heuristic methods (it always finds global optimum if it exists), but because it is suitable only for solving branched networks, the GA method is used for decomposing a complex looped network into a group of branched networks – each with identical hydraulic behavior as a looped network on the condition of having identical diameters on the corresponding sections of the networks. Identical hydraulic behavior means that there are identical flows in the corresponding pipes and identical pressures in the corresponding nodes in the original looped network and branched networks investigated. The decomposition of a looped network means

that every loop is split in some demand node (or node in which branch is connected) which is part of this loop.

This method is described in the paper and tested on benchmark networks successfully. The performance of the developed GALP model for optimization of the least-cost design of a water distribution network problem is evaluated by optimization of the well-known Hanoi network and the double and triple Hanoi water supply network. The first problem is taken from the literature. The second and third problems are introduced by the author for the sake of evaluating the proposed method also on bigger problems than the known and thoroughly investigated benchmark models. There is also second reason why Hanoi network and its multiplications were chosen – main goal of this paper is to find method, which gives results which are closer to global optimum, than other existing methods. Global optimum for the Hanoi network is known, because of its long history of using in optimization methods development community and double and triple Hanoi networks are derived from it in such a way, that their global optimums are known too. On this basis it is possible to compare obtained results with these known global optimums in all three cases.

It was investigated that the method gives results more unfailing in the terms of closeness to a global minimum (in Tab. 3 there are percentage of differences from global optimum obtained by proposed and four other methods). Up to some size of the water distribution network (which should be more precisely investigated in future), there is no need for fine tuning of the parameters of the GA, and this means that these results can be obtained earlier than if a heuristic method is used alone. This is because of the fact that involving LP to an algorithm reduces search space for heuristics very dramatically on most network configurations and although one iteration of proposed method is little more computational intensive than in the case of using GA only, this reduction is finally more important for the effectiveness of an algorithm.

In this paper a method is used while single demand loading is given as the input for optimization, but a solution for multi-demand loading is described here. Also, a solution for split pipe design is preferred here, but a solution for designing only one pipe on a section is described too.

In this work only the basic GA method was used in the stochastic part of the algorithm. It gives good results, but there is an open possibility to replace it with some of the other heuristic methods which are available in the optimization community. The authors expect that this can even more refine the method by making some research in this direction in the future.

List of symbols

X_{ij} – unknown length of the selected diameter j on section i [m],
B_i – the total length of the section [m],
C_i – allowable total loss for the constraint [MPa],
D_i – a unit price of pipeline with diameter number [$.m^{-1}],
E_i – energy losses from source (pump, reservoir) to the split node on loop i and to its twin node [MPa],
A_{mn} – hydraulic loss in section m and diameter n which belongs to the specified path [MPa],
R, R_s – coefficient for demand splitting [–],
p_c – crossover rate [–],
p_m – mutation rate [–],
C_{DH}, C_{TH} – the optimal cost of double and triple Hanoi networks [$],
C_H – reference optimal cost of the Hanoi network [$],
L_1 – length of the first pipe on the original Hanoi network [m],
L_2 – length of the second pipe on the original Hanoi network [m],
C_1 – unit price of diameter 1016 mm [$.m^{-1}].