

Research paper

# Ozolinši tüvemoodustaja matemaatiline analüüs ja modifitseerimise võimalused Hiiumaa männikute näitel

Allar Padari

**Padari, A.** 2020. Mathematical analysis and modification possibilities of Ozolinš' taper curve on the example of Hiiumaa pines. – Forestry Studies | Metsanduslikud Uurimused 72, 34–53, ISSN 1406-9954. Journal homepage: <http://mi.emu.ee/forestry.studies>

**Abstract.** This paper discloses algorithms for calculating the volume and lateral area of a stem or part of the stem (assortment) using the integral of the Ozolinš' stem taper curve. An algorithm was also developed to change the taper curve constants in case another diameter was measured higher than the breast height. The experiment was performed with 580 Scots pines (*Pinus Sylvestris* L.) measured in Hiiumaa, which included height, diameter at breast height and diameter from the root collar at a height of 5 m. The volumes of tree stem and assortments were estimated with both – the original and corrected (with the measured additional diameter) Ozolinš' taper curve. Using the original Ozolinš' taper curve, the stem volume of pines in Hiiumaa is estimated at 4% higher according to the analysis results of 580 measured trees. In the case of Hiiumaa Scots pines (*Pinus Sylvestris* L.), it is recommended to use 119.717, -289.805 and 1152.016 as the values of the coefficients  $a_0$ ,  $a_1$  and  $a_2$ , respectively, of the Ozolinš' taper curve equation. In conclusion, for a more accurate assessment of the forest reserve, it is recommended to measure one additional diameter at 5 to 8 m above the root collar on some or all trees.

**Key words:** taper curve, *Pinus sylvestris*, stem volume, volume of assortment, lateral area of assortment.

**Author's address:** Chair of Forest Management Planning and Wood Processing Technologies, Institute of Forestry and Rural Engineering, Estonian University of Life Sciences, Kreutzwaldi 5, 51006 Tartu, Estonia; e-mail: [allar.padari@emu.ee](mailto:allar.padari@emu.ee)

## Sissejuhatus

Eestis kasutatakse alates 1993. aastast puude tüvemahtude ning sortimentide väljatuleku arvutamiseks Ozolinši loodud tüvemoodustaja valemit. Valemit on kasutatud kluppimisandmete järgi langi ümarsortimentide mahtude arvutamiseks programmiga RaieWin (Padari, 2004), liiksaks on jõudnud valem ka määrustesse

(Loodusobjekt, 2017; Vääriselupaik, 2017). Ozolinši tüvemoodustaja sisenditeks on puuliik, puu rinnasdiameeter ja puu kõrgus. Kuna tegelik tüvekuju varieerub looduses suuresti, siis on otstarbekas mõõta osadel puudel kõrgemalt veel üks diameeter. Kahe erineval kõrgusel mõõdetud diameetri kasutamine muudab puude mahu hindamise täpsemaks (Hidejiro *et al.*, 1987). Sellest tingituna valiti tüvemoodustaja ka-

DOI: 10.2478/fsmu-2020-0004



© 2020 by the authors. Licensee Estonian University of Life Sciences, Tartu, Estonia. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

sutamise ja parendamise võimaluste kirjeldamiseks kolm peamist eesmärki:

1. Ozolinši tüvemoodustaja kirjeldamine ning algoritmide koostamine tüve või sortimendi mahu ja külgpindala arvutamiseks;
2. tüvemoodustaja kordajate korrigeerimise algoritm lisadiameetri mõõtmise korral;
3. Ozolinši tüvemoodustaja kordajate analüüs Hiiumaa männikute näitel ja uute kordajate arvutamine Hiiumaa männikutele.

Tüvemoodustaja korrigeerimise algoritmi loomiseks kasutati puude mõõtmisandmeid, kus lisaks puu rinnasdiameetrile ja kõrgusele (kaks punkti:  $h = 1,3$ ;  $d = d_{1,3}$  ning  $h = h$ ;  $d = 0$ ) mõõdeti tüve diameeter 5 m kõrguselt juurekaelast. Metoodika hindamiseks kasutati 58 proovitükilt mõõdetud 580 männi andmeid.

## Ülevaade tüvemoodustaja võrranditest

Tüvemahu arvutamiseks on vaja teada tüvekuju, mida saab kirjeldada tüvedia-meetri muutumist väljendavate tüvemoodustaja valemitega. Enne tüvemoodustaja valemite kirjeldamist on esitatud mõnede enam kasutatud tähistate valemid:

$$T = 1 - \frac{l}{h},$$

$$X = \frac{h-l}{h-1.3},$$

kus  $T$  on suhteline kõrgus tüvel: ladvatipus 0, juurekaelal 1,  $X$  on suhteline kõrgus tüvel: ladvatipus 0, rinnakõrgusel 1,  $l$  on kõrgus juurekaelast ning  $h$  on puu kõrgus.

Selles peatükis kasutatakse ka teisi tähisteid –  $D$  on puu diameeter rinna kõrgusel;  $d$  on diameeter juurekaelast kõrgusel  $l$  ning  $a_0$  kuni  $a_n$  on valemi konstandid.

Klassikaliseks tüvemoodustaja mudeliks peetakse Höjeri valemit, mis avaldati rootsi keeles juba 1903. aastal (Laasasena-ho, 1982):

$$\frac{d}{D} = C \cdot \log\left(\frac{c+T}{c}\right),$$

kus  $C$  on konstant, mille saab arvutada valemiga  $\frac{1}{\log\left(\frac{c+T}{c}\right)}$  ja  $c$  on valemi

konstant. Selle valemi miinuseks on tüüka-osa laienemise puudumine ehk tüvemoodustaja ei ole S-kujuline. Gray (1944) kasutas puu mahu arvutamisel reegliti, mille järgi puu ristlõike pindala ja kõrguse suhe erinevatel kõrgustel on lineaarne. Selle valemi võib kirjutada järgmiselt:

$$\frac{d^2}{D^2} = a \cdot \frac{l}{h},$$

kus  $a$  on valemi konstant, muud tunnused on kirjeldatud eespool. See valem on väga lihtne, kuid seetõttu ei oma piisavat paindlikkust. Takei & Watanabe (1963) kasutasid Kunze valemit Jaapani lehise (*Larix leptolepis* (Siebold & Zucc.) Gordon) tüvemoodustajana:

$$\frac{d^2}{D^2} = a_0 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^{a_1},$$

mis lineaarsele kujule teisendatuna nägi välja järgmine:

$$\log\left(\frac{d}{D}\right) = \frac{1}{2} \cdot \log(a_0) + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot \log\left(\frac{l}{h}\right),$$

Sarnase ja sama lihtsa mudeli avaldas Ormerod (1973):

$$\frac{d}{D} = \left(\frac{h-l}{h-1.3}\right)^a.$$

Demaerschalk (1971) avaldas oma magistriritöös alljärgneva tüvemoodustaja mudeli:

$$d = 10^{a_0} \cdot D^{a_1} \cdot (h-l)^{a_2} \cdot h^{a_3},$$

ehk lineaarsena:

$$\log(d) = a_0 + a_1 \cdot \log(D) + a_2 \cdot \log(h-l) + a_3 \cdot \log(h).$$

Eespool kirjeldatud mudelite miinuseks on see, et need ei ole S-kujulised ja tüükaosa laienemine ei ole kajastatud. Lisaks on palju viidatud artiklis (Kozak *et al.*, 1969) kasutatud vaid ruutfunktsiooni, mis samuti ei ole S-kujuline ja seega jääb tüükaosa laienemine mudelist välja:

$$\frac{d^2}{D^2} = a_0 + a_1 \cdot \frac{l}{H} + a_2 \cdot \frac{l^2}{H^2}.$$

Kui ladvas, kus  $l = H$  ehk suhteline kõrgus on 1, oleks diameeter 0 vaid tingimusel, et  $a_0 = -a_1 - a_2$  ning seega saab sama mudeli kirjutada järgmiselt (Kozak *et al.*, 1969):

$$\frac{d^2}{D^2} = a_1 \cdot \left(\frac{l}{H} - 1\right) + a_2 \cdot \left(\frac{l^2}{H^2} - 1\right).$$

Gallant & Fuller (1973) kirjeldasid tüvemoodustajana erinevate polünoomide kasutamist nii, et need omavad ühist ühenduspunkti. Sama meetodit kasutades esitasid Max & Burkhart (1976) S-kujulise mudeli, mis koosnes kahest paraboolist, kusjuures tüvemoodustaja käänupunkti ühele ja teisele poole kasutati erinevate kordajatega ruutfunktsiooni:

$$\frac{d^2}{D^2} = a_1 \cdot \left(\frac{l}{h} - 1\right) + a_2 \cdot \left(\frac{l^2}{h^2} - 1\right) + a_0 \cdot \left(x - \frac{l}{h}\right) \cdot I_+ \left(x - \frac{l}{h}\right),$$

kus enamik muutujad on eespool kirjeldatud,  $x$  on käänupunkti suhteline kõrgus ja

$I_+ \left(x - \frac{l}{h}\right)$  on 1, kui  $x - \frac{l}{h} \geq 0$  ja 0, kui  $x - \frac{l}{h} < 0$ . Samas artiklis kasutasid Max

& Burkhart (1976) veel edukamalt sarnast kahe ühenduspunktiga mudelit. Selliseid mudeleid võib nimetada ka pluss-splai-niks. Pluss-splaini on propageeritud ka Saksamaa metsandusuuringute tulemus-tes (Hradetzky, 1981). Viimast eeskujuks

võttes koostasid tüvemoodustaja Eesti männi, kuuse, kase ja haava tüvedele EPA metsandusteaduskonna diplomandid S. Värton, P. Raid, A. Hiiesalu (1982) ja K. Tammets (1982). Need olid ühed esimesed tüvemoodustaja mudelid Eestis ning valemikuju on järgmine:

$$\frac{d}{D_{0,1h}} = a_1 \cdot T + a_2 \cdot T^2 + a_3 \cdot T^3 + a_4 \cdot (T - 0,4)_+^3 + a_5 \cdot (T - 0,7)_+^3 + a_6 \cdot (T - 0,9)_+^3,$$

kus  $D_{0,1h}$  on diameeter kümnendikul puu kõrgusel ning indeks + sulgavaldiste järel tähendab, et neid arvestatakse vaid positiivsete väärtuste korral ning peetakse nulliks negatiivsete väärtuste korral.

Sama põhimõtet kasutades modelleeriti tüükapoolne tüveosa sooküpressidele USA-s ning autorid nimetasid seda mudelit kuup-kuup valemiks (Parresol *et al.*, 1987):

$$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = T^2 \cdot (a_1 + a_2 \cdot T) + (T - a_5)^2 \cdot [a_3 + a_4 \cdot (T + 2 \cdot a_5)] \cdot I,$$

kus  $I = 1$ , kui  $T > a_5$ , vastasel korral  $I = 0$ .

Järgmised valemid on ilma positiivse väärtuse kontrollimiseta ning neis on arvestatud ka puu tüükaosa laienemisega. Jimenez *et al.* (1994) täiendasid Kozak *et al.* (1969) ruutpolünoomi ning võtsid kasutusele viienda astme polünoomi:

$$\frac{d^2}{D^2} = a_0 + a_1 \cdot \frac{l}{H} + a_2 \cdot \frac{l^2}{H^2} + a_3 \cdot \frac{l^3}{H^3} + a_4 \cdot \frac{l^4}{H^4} + a_5 \cdot \frac{l^5}{H^5}.$$

Sarnast, kuid ilma diameetri suhet ruutu võtmata on kasutatud viienda astme polünoomi mitmes teadusartiklis (Figueiredo Filho *et al.*, 2015; Schröder *et al.*, 2015; Nicoletti *et al.*, 2019):

$$\frac{d}{D} = a_0 + a_1 \cdot \frac{l}{h} + a_2 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^2 + a_3 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^3 + a_4 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^4 + a_5 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^5.$$

Nicoletti *et al.* (2019) on viidanud, et esimest korda kasutas seda valemikuju 1966. aastal Schöepfer, teistel viited puudusid.

Oma doktoritöös kasutas Jouko Laasasenaho kahte alljärgnevat valemikuju (Laasasenaho, 1982):

$$\frac{d}{D_{0,2h}} = a_1 \cdot T + a_2 \cdot (T)^2 + a_3 \cdot (T)^3 + a_4 \cdot (T)^5 + a_5 \cdot (T)^8 + a_6 \cdot (T)^{13} + a_7 \cdot (T)^{21} + a_8 \cdot (T)^{34},$$

$$\frac{d}{D_{0,2h}} = a_1 \cdot \frac{l}{h} + a_2 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^2 + a_3 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^3 + a_4 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^4 + a_5 \cdot \ln\left(\frac{l}{h}\right) + a_6 \cdot \left[\ln\left(\frac{l}{h}\right)\right]^2,$$

kus  $D_{0,2h}$  on diameeter viiendikul ehk 0,2 puu kõrgusel. Selle valemiga tingimuseks on, et kõrgusel 0,2h oleks arvutustulemuseks 1. Selleks peab olema täidetud tingimus, et  $0,8 \cdot a_1 + 0,8^2 \cdot a_2 + 0,8^3 \cdot a_3 + 0,8^5 \cdot a_4 + 0,8^8 \cdot a_5 + 0,8^{13} \cdot a_6 + 0,8^{21} \cdot a_7 + 0,8^{34} \cdot a_8 = 1$ . Teisel valemil on oluline, et esimese nelja konstandi summa võrduks nulliga ning  $0,2 \cdot a_1 + 0,2^2 \cdot a_2 + 0,2^3 \cdot a_3 + 0,8^4 \cdot a_4 + \ln(0,2) \cdot a_5 + [\ln(0,2)]^2 \cdot a_6 = 1$ .

Selle valemiga arvutatakse diameeter viiendiku puu kõrgusel oleva diameetri suhtes, kuid see ei tähenda, et sellelt kõrguselt on tarvis puu ka mõõta. Rinnasdiameetrist saab arvutada sama valemiga järgi diameetri kõrgusele 0,2h. Selleks on vaja rinnasdiameeter jagada valemiga arvutatud suurusel, kusjuures valemis tuleb kaugusena juurekaelast kasutada  $l = 1,3$  (Laasasenaho, 1982).

Hjelm (2013) kasutas oma töös erinevate autorite mudeleid, kuid konstrueeris ka ise ühe:

$$d = \left( b_1 \cdot \frac{l^2}{h^2} - b_1 \cdot \frac{l}{h} + b_3 \cdot \frac{h-l}{l} + b_4 \right) \cdot \left( \frac{D}{1 - \frac{1,3}{h}} \right)^{b_5}.$$

Chaves e Carvalho *et al.* (2014) pöörasid valemiga teistpidi ja leidsid suhteliselt lihtsa tüvemoodustaja kuju:

$$\frac{l}{h} = a_1 + \frac{a_2 - a_1}{1 + \exp\left(\frac{a_3 - \frac{d}{D}}{a_4}\right)}.$$

Paljud autorid on tüvemoodustaja valemikujuna kasutanud astmefunktsiooni. A. Kozak (1998) on pakkunud välja kaks tüvemoodustajat. Esimene nendest avaldati esimest korda 1988. aastal (Kozak, 1988):

$$d = a_1 \cdot D^{a_2} \cdot a_3^D \cdot \left( \frac{1 - \sqrt{\frac{l}{h}}}{1 - \sqrt{p}} \right)^{\left( a_4 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^2 + a_5 \cdot \ln\left(\frac{l}{h} + 0.01\right) + a_6 \cdot \sqrt{\frac{l}{h}} + a_7 \cdot \exp\left(\frac{l}{h}\right) + a_8 \cdot \frac{D}{h} \right)};$$

$$d = a_1 \cdot D^{a_2} \cdot \left(\frac{D_k}{D}\right)^{a_3} \cdot \left( \frac{1 - \sqrt{\frac{l}{h}}}{1 - \sqrt{p}} \right)^{\left( a_4 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^2 + a_5 \cdot \ln\left(\frac{l}{h} + 0.01\right) + a_6 \cdot \sqrt{\frac{l}{h}} + a_7 \cdot \exp\left(\frac{l}{h}\right) + a_8 \cdot \frac{D}{h} + a_9 \cdot \left(\frac{D - D_k}{h_k - 1.3}\right) \right)},$$



kus eespool toodud tähistele lisandunud  $p$  on käänupunkti suhteline kõrgus, mille väärtus Kozaki (1998) väitel on 0,25 nii hiigelelupuu (*Thuja plicata* D. Don) kui ka hariliku ebatsuuga (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco) puhul,  $h_k$  on lisadiameetri mõõtmiskõrgus;  $D_k$  on diameeter kõrgusel  $h_k$ . Neid tüvemoodustajaid on lihtne tei-

sendada lineaarsele kujule ning teha regressioonanalüüs. Kuid jääb selgusetuks, kuidas on tagatud, et tüvemoodustaja läbib rinnakõrguselt täpselt rinnasdiameetrit D. 2004. aasta artiklis võrdles Kozak (2004) kahte eespool esitatud tüvemoodustajat kahe uuega, millest parimaks osutus järgmine:

$$d = a_1 \cdot D^{a_2} \cdot h^{a_3} \cdot \left( \frac{1 - \sqrt[3]{\frac{l}{h}}}{1 - \sqrt[3]{\frac{1,3}{h}}} \right) \left[ a_4 \cdot \left( \frac{l}{h} \right)^4 + \frac{a_5}{\exp\left(\frac{D}{h}\right)} + a_6 \cdot \left( \frac{1 - \sqrt[3]{\frac{l}{h}}}{1 - \sqrt[3]{\frac{1,3}{h}}} \right)^{0,1} + a_7 \cdot \frac{1}{D} + a_8 \cdot h \left( 1 - \sqrt[3]{\frac{l}{h}} \right) + a_9 \cdot \left( \frac{1 - \sqrt[3]{\frac{l}{h}}}{1 - \sqrt[3]{\frac{1,3}{h}}} \right) \right].$$

Kozaki 1988. aasta valemikuju kärpsid Pérez jt (1990) järgmiselt:

$$d = a_1 \cdot D^{a_2} \cdot \left( \frac{1 - \sqrt{\frac{l}{h}}}{1 - \sqrt{p}} \right) \left( a_4 \cdot \left( \frac{l}{h} \right)^2 + a_5 \cdot \ln\left(\frac{l}{h} + 0.01\right) + a_8 \cdot \frac{D}{h} \right).$$

Kozaki töödest innustust saanuna kasutas Kozaki valemeid modifitseerides Muhairwe (1999) järgmisi tüvemoodustaja kujusid:

$$d = a_1 \cdot D^{a_2} \cdot a_3^D \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{l}{h}} \right) \left( a_4 \cdot \left( \frac{l}{h} \right)^2 + \frac{a_5 \cdot h}{l} + a_6 \cdot D + a_7 \cdot h + a_8 \cdot \frac{D}{h} \right);$$

$$d = a_1 \cdot D^{a_2} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{l}{h}} \right) \left( a_3 \cdot \left( \frac{l}{h} \right) + a_4 \cdot \left( \frac{l}{h} \right)^2 + \frac{a_5 \cdot h}{l} + a_6 \cdot \left( \frac{l}{h} \right)^3 + a_7 \cdot \exp\left(\frac{l}{h}\right) + a_8 \cdot \frac{D}{h} \right).$$

Osad autorid on kasutanud tüvemoodustaja valemis trigonomeetrilisi funktsioone. Trigonomeetriliste funktsioonide kasutamine pakub võimalust koostada lihtsaid valemeid, mis sobivad nii leht- kui ka okaspuudele (Thomas & Parresol, 1991):

$$\frac{d^2}{D^2} = a_1 \cdot \left( \frac{l}{h} - 1 \right) + a_2 \cdot \sin\left(c \cdot \pi \cdot \frac{l}{h}\right) + b_3 \cdot \cot\left(\frac{\pi \cdot l}{2h}\right),$$

kus parameeter  $c$  sõltub puuliigist ja jääb vahemikku 1,4 kuni 2,2.

Austraalia erinevate puuliikide puhul kasutas Bi (2000) tüvemoodustaja kuju leidmiseks samuti trigonomeetriat:

$$d = \left\{ \frac{\ln\left[\sin\left(\frac{\pi \cdot l}{2 \cdot h}\right)\right]}{\ln\left[\sin\left(\frac{\pi \cdot 1,3}{2 \cdot h}\right)\right]} \right\} \left[ a_1 + a_2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot l}{2 \cdot h}\right) + a_3 \cdot \cos\left(\frac{3 \cdot \pi \cdot l}{2 \cdot h}\right) + a_4 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot l}{2 \cdot h}\right)}{\frac{l}{h}} + a_5 \cdot D + a_6 \cdot \frac{l \cdot \sqrt{D}}{h} + a_7 \cdot \frac{l \cdot \sqrt{h}}{h} \right].$$

Kuna läti teadlase Ozolinši tüvemoodustaja kasutamisest tuleb pikemalt juttu järgmistes peatükkides, ei ole selles peatükis seda eraldi välja toodud.

## Andmed ja meetodika

### Ozolinši tüvemoodustaja kirjeldus

Ozolinš (Ozolinš, 1988) lõi Lätis langetatud mudelpuude järgi tüvemoodustaja valemi:

$$\gamma(x) = 1 + (x^2 - 0,01) \cdot (p \cdot (h - h_0) + q \cdot (d_{1,3} - d_0)), \quad (1)$$

$$d_l = d_{1,3} \cdot \frac{\gamma\left(\frac{l}{h}\right) \cdot \left(a_0 + a_1 \cdot \left(\frac{l}{h}\right) + a_2 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^2 + a_3 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^3 + a_4 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^4 + a_5 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^5 + a_6 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^6\right)}{\gamma\left(\frac{1,3}{h}\right) \cdot \left(a_0 + a_1 \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right) + a_2 \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right)^2 + a_3 \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right)^3 + a_4 \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right)^4 + a_5 \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right)^5 + a_6 \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right)^6\right)}, \quad (2)$$

kus  $\gamma(x)$  on perturbatsiooni kordaja ( $x = \frac{l}{h}$  või  $\frac{1,3}{h}$  või  $\frac{z}{h}$ );  $d_l$  on diameeter kõrgusel (kaugusel juurekaelast)  $l$ , cm;  $p$ ,  $h_0$ ,  $q$  ja  $d_0$  on puuliigist sõltuvad perturbatsiooni kordaja arvutusvalemi parameetrid;  $d_{1,3}$  on rinnasdiameeter, cm;  $l$  on kaugus juurekaelast, m;  $h$  on puu kõrgus, m; ning  $a_0$ ,  $a_1$ , ...,  $a_6$  on tüvemoodustaja valemi kordajad eraldi üheksa puuliigi jaoks (tabel 1).

Tabel 1. Ozolinši valemi (2) kordajad (Ozolinš, 1988; Ozolinš, 2002).

Table 1. Coefficients of taper curve (2) (Ozolinš, 1988; Ozolinš, 2002).

| Puuliik<br>Tree species                   | $a_0$   | $a_1$    | $a_2$    | $a_3$     | $a_4$    | $a_5$     | $a_6$    |
|-------------------------------------------|---------|----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| Harilik mänd<br><i>Pinus sylvestris</i>   | 118,981 | -277,578 | 1140,525 | -3037,487 | 4419,682 | -3361,78  | 997,657  |
| Harilik kuusk<br><i>Picea abies</i>       | 113,939 | -203,061 | 827,209  | -2161,251 | 2732,076 | -1699,667 | 390,755  |
| Kask<br><i>Betula</i> sp.                 | 120,567 | -312,074 | 1388,288 | -3725,819 | 5197,005 | -3788,858 | 1120,891 |
| Harilik haab<br><i>Populus tremula</i>    | 120,224 | -310,985 | 1450,125 | -4238,703 | 6644,011 | -5408,312 | 1743,64  |
| Sanglepp<br><i>Alnus glutinosa</i>        | 110,428 | -143,288 | 530,481  | -1643,304 | 2606,605 | -2212,94  | 752,018  |
| Hall-lepp<br><i>Alnus incana</i>          | 118,56  | -263,482 | 988,135  | -2376,874 | 3045,214 | -2137,684 | 626,131  |
| Harilik tamm<br><i>Quercus robur</i>      | 120,958 | -354,769 | 2022,206 | -6736,346 | 11231,25 | -9254,632 | 2971,333 |
| Harilik saar<br><i>Fraxinus excelsior</i> | 117,999 | -282,941 | 1411,064 | -4542,395 | 7964,66  | -7175,007 | 2506,62  |
| Harilik pärn<br><i>Tilia cordata</i>      | 110,428 | -143,287 | 530,477  | -1643,287 | 2606,569 | -2212,906 | 752,006  |

Sama valemi (2) kohta kirjutatud artiklis ei kasutanud Ozolinš (2002) perturbatsioonikordajat  $\gamma(x)$ . Samas oli diameetri ja kõrguse järgi mudeli korrigeerimine varasemas avaldi-

ses (Ozolinš, 1988) loogiline ja vajalik. Siinses töös on järgnevad mudeli rakendamised tehtud koos perturbatsiooni kordajaga  $\gamma(x)$ , mille parameetrid ja analüüs on esitatud tabelis 2.

Tabel 2. Perturbatsiooni kordaja valemi kordajate hinnangud (Ozolinš, 1988) ning diameetrite ja kõrguste mõju perturbatsiooni kordaja väärtusele.

Table 2. Estimates of the perturbation coefficient formula coefficients (Ozolinš, 1988) and the effect of diameters and heights on the value of the perturbation coefficient.

| Puuliik<br>Tree species                   | $h_0$ | $d_0$ | $p$     | $q$     | Perturbatsiooni kordaja $\gamma(x)$ väärtus<br>Perturbation coefficient $\gamma(x)$ value |           |           |           |
|-------------------------------------------|-------|-------|---------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------|
|                                           |       |       |         |         | $h < h_0$                                                                                 | $h < h_0$ | $d < d_0$ | $d < d_0$ |
| Harilik mänd<br><i>Pinus sylvestris</i>   | 26    | 30    | 0,0070  | -0,0070 | > 1                                                                                       | < 1       | < 1       | > 1       |
| Harilik kuusk<br><i>Picea abies</i>       | 33    | 36    | 0,0087  | -0,0197 | > 1                                                                                       | < 1       | < 1       | > 1       |
| Kask<br><i>Betula</i> sp.                 | 20    | 28    | 0,0210  | 0,0000  | > 1                                                                                       | < 1       | = 1       | = 1       |
| Harilik haab<br><i>Populus tremula</i>    | 18    | 20    | 0,0074  | 0,0002  | > 1                                                                                       | < 1       | > 1       | < 1       |
| Sanglepp<br><i>Alnus glutinosa</i>        | 14    | 12    | 0,0264  | -0,0017 | > 1                                                                                       | < 1       | < 1       | > 1       |
| Hall-lepp<br><i>Alnus incana</i>          | 16    | 16    | 0,0168  | -0,0103 | > 1                                                                                       | < 1       | < 1       | > 1       |
| Harilik tamm<br><i>Quercus robur</i>      | 14    | 20    | 0,0263  | 0,0005  | > 1                                                                                       | < 1       | > 1       | < 1       |
| Harilik saar<br><i>Fraxinus excelsior</i> | 21    | 20    | -0,0021 | 0,0000  | < 1                                                                                       | > 1       | = 1       | = 1       |
| Harilik pärn<br><i>Tilia cordata</i>      | 16    | 12    | 0,0061  | 0,0000  | > 1                                                                                       | < 1       | = 1       | = 1       |

Erinevate sortimentide väljatulekute prognoosimiseks on tüvemoodustaja kasutamine mõõdapääsmatu. Kui on teada sortimentide pikkused ja peenema otsa diameetri vahemikud, siis on võimalik tüvemoodustajat kasutades arvutada, milliste dimensioonidega sortimente antud puutüvest saadakse.

### Ozolinši tüvemoodustajaga sortimendi mahu arvutamise algoritm

Kui sortimentide pikkused diameetri kontrollimise teel on leitud, saab tüvemoodustaja integreerimise abil arvutada sortimendi mahu (Ozolinš, 1988):

$$v = \frac{\pi}{40000} \int_0^l d_l^2 dl, \quad (3)$$

kus  $v$  on tüveosa maht juurekaelast kuni kõrguseni  $l$ ,  $m^3$ ;  $l$  on kaugus juurekaelast,  $m$ ; ja  $d_l$  on diameeter kõrgusel  $l$  ehk valem 2,  $cm$ .

Valemi 3 kasutatavas vormingusse kirjutamine koos perturbatsiooni kordajaga on üsna mahukas tegevus. Kuna ühe puu rinnasdiameeter ja kõrgus on konstandid, siis sõltumatuks muutujaks valemis jääb kaugus juurekaelast ( $l$ ). Seega võime konstantse osa integraalist välja tõsta:

$$C = \frac{d_{1,3}}{\gamma\left(\frac{1,3}{h}\right) \cdot \left(a_0 + \left(a_1 + \left(a_2 + \left(a_3 + \left(a_4 + \left(a_5 + a_6 \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right) \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right) \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right) \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right) \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right) \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right)}, \quad (4)$$

kus  $c$  on valemi konstantse osa tähis,  $d_{1,3}$  on puu rinnasdiameeter, cm,  $\gamma(\frac{1,3}{h})$  on perturbatsioonikordaja (valem 1),  $h$  on puu kõrgus, m;  $a_0, a_1, \dots, a_6$  on puuliigist sõltuvad tüvemoodustaja valemi kordajad (tabel 1). Sortimendi mahu valem näeb sel juhul välja järgmine:

[illegible]

kus  $v$  on tüveosa maht juurekaelast kuni kõrguseni  $l$ ,  $\text{m}^3$ ;  $c$  on valemi konstantse osa tähis (valem 4);  $\gamma(\frac{l}{h})$  on perturbatsiooni kordaja (valem 1);  $l$  on kaugus juurekaelast,  $\text{m}$ ;  $h$  on puu kõrgus,  $\text{m}$ ;  $a_0, a_1, \dots, a_6$  on tüvemoodustaja valemi kordajad (tabel 1).

Et saada lihtsam valem, tehti perturbatsiooni kordaja valemi osadest uued muutujad:

$$\gamma\left(\frac{l}{h}\right) = 1 + \left(\frac{l}{h}\right)^2 \cdot \left(p \cdot (h - h_0) + q \cdot (d_{1,3} - d_0)\right) - 0,01 \cdot \left(p \cdot (h - h_0) + q \cdot (d_{1,3} - d_0)\right), \quad (6)$$

millest

$$m = 1 - 0,01 \cdot (p \cdot (h - h_0) + q \cdot (d_{1,3} - d_0)) \text{ ja} \quad (7)$$

$$S = \frac{(p \cdot (h - h_0) + q \cdot (d_{1,3} - d_0))}{h^2} \quad (8)$$

ning lühemalt kirjutatud valem:

$$\gamma\left(\frac{l}{h}\right) = m + s \cdot l^2, \quad (9)$$

kus  $\gamma(\frac{l}{h})$  on perturbatsiooni kordaja,  $m$  ja  $s$  on uued muutujad, mis loodi valemi lihtsustamiseks, ja  $l$  on kaugus juurekaelast, m.

Valemi 5 integraali alla tekib ruutfunktsiooni (valem 7) ja kuuenda astme polünoomi korrutis ehk kaheksanda astme polünoom. Lihtsuse eesmärgil teisendati kaheksanda astme polünoomi kordajad järgmiselt:

$$\begin{aligned} b_0 &= m \cdot a_0, b_1 = m \cdot \frac{a_1}{h}, b_2 = m \cdot \frac{a_2}{h^2} + s \cdot a_0, b_3 = m \cdot \frac{a_3}{h^3} + s \cdot \frac{a_1}{h}, b_4 = m \cdot \frac{a_4}{h^4} + s \cdot \frac{a_2}{h^2}, \\ b_5 &= m \cdot \frac{a_5}{h^5} + s \cdot \frac{a_3}{h^3}, b_6 = m \cdot \frac{a_6}{h^6} + s \cdot \frac{a_4}{h^4}, b_7 = s \cdot \frac{a_5}{h^5}, b_8 = s \cdot \frac{a_6}{h^6}, \end{aligned} \quad (10)$$

kus  $b_0, b_1, \dots, b_8$  on uued konstandid,  $m$  on abimuutuja, mis on arvutatud valemiga 7,  $s$  on abimuutuja, mis on arvutatud valemiga 8 ja  $a_0, a_1, \dots, a_6$  on tüvemoodustaja valemi kordajad (tabel 1), ning saadi valem:

$$v = \frac{\pi \cdot c^2}{40000} \int_0^l (b_0 + (b_1 + (b_2 + (b_3 + (b_4 + (b_5 + (b_6 + (b_7 + b_8 \cdot l) \cdot l) \cdot l) \cdot l) \cdot l) \cdot l) \cdot l) \cdot l)^2 dl, \quad (11)$$

kus  $c$  on valemis konstantse osa tähis (valem 4) ja  $l$  on kaugus juurekaelast, m.

Kui integraali all olev valem ära lahendada, saab peale kaheksanda astme polü-

noomi ruutu võtmist 16. astme polünoomi. Pärast 16. astme polünoomi integreerimist saadakse 17. astme polünoom, mille kordajate arvutamise valemid on tabelis 3:

$$P_{17} = c_1 \cdot l + c_2 \cdot l^2 + c_3 \cdot l^3 + \dots + c_{17} \cdot l^{17}, \quad (12)$$

kus  $P_{17}$  on 17. astme polünoom;  $l$  on kaugus juurekaelast, m; ning  $c_1, c_2, \dots, c_{17}$  on

polünoomi kordajad (tabel 3).

Tabel 3. Pärast integreerimist saadud 17 astme polünoomi (valem 12) kordajate arvutusvalemid.

Table 3. Calculation formulas for the coefficients of the 17 degree polynomial (formula 12) obtained after integration.

| Kordaja tähis<br>Coefficient | Arvutusvalem ( $b_0, b_1, \dots, b_8$ arvutatud valemitega 10)<br>Equation ( $b_0, b_1, \dots, b_8$ calculated by formulas 10) | Muutuja<br>Variable |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| $c_1$                        | $b_0 \cdot b_0$                                                                                                                | $l$                 |
| $c_2$                        | $b_0 \cdot b_1$                                                                                                                | $l^2$               |
| $c_3$                        | $\frac{2 \cdot b_0 \cdot b_2 + b_1 \cdot b_1}{3}$                                                                              | $l^3$               |
| $c_4$                        | $\frac{b_0 \cdot b_3 + b_1 \cdot b_2}{2}$                                                                                      | $l^4$               |
| $c_5$                        | $\frac{2 \cdot b_0 \cdot b_4 + 2 \cdot b_1 \cdot b_3 + b_2 \cdot b_2}{5}$                                                      | $l^5$               |
| $c_6$                        | $\frac{b_0 \cdot b_5 + b_1 \cdot b_4 + b_2 \cdot b_3}{3}$                                                                      | $l^6$               |
| $c_7$                        | $\frac{2 \cdot b_0 \cdot b_6 + 2 \cdot b_1 \cdot b_5 + 2 \cdot b_2 \cdot b_4 + b_3 \cdot b_3}{7}$                              | $l^7$               |
| $c_8$                        | $\frac{b_0 \cdot b_7 + b_1 \cdot b_6 + b_2 \cdot b_5 + b_3 \cdot b_4}{4}$                                                      | $l^8$               |
| $c_9$                        | $\frac{2 \cdot b_0 \cdot b_8 + 2 \cdot b_1 \cdot b_7 + 2 \cdot b_2 \cdot b_6 + 2 \cdot b_3 \cdot b_5 + b_4 \cdot b_4}{9}$      | $l^9$               |
| $c_{10}$                     | $\frac{b_1 \cdot b_8 + b_2 \cdot b_7 + b_3 \cdot b_6 + b_4 \cdot b_5}{5}$                                                      | $l^{10}$            |
| $c_{11}$                     | $\frac{2 \cdot b_2 \cdot b_8 + 2 \cdot b_3 \cdot b_7 + 2 \cdot b_4 \cdot b_6 + b_5 \cdot b_5}{11}$                             | $l^{11}$            |
| $c_{12}$                     | $\frac{b_3 \cdot b_8 + b_4 \cdot b_7 + b_5 \cdot b_6}{6}$                                                                      | $l^{12}$            |
| $c_{13}$                     | $\frac{2 \cdot b_4 \cdot b_8 + 2 \cdot b_5 \cdot b_7 + b_6 \cdot b_6}{13}$                                                     | $l^{13}$            |

| Kordaja<br>tähis<br>Coefficient | Arvutusvalem ( $b_0, b_1, \dots, b_8$ arvutatud valemitega 10)<br>Equation ( $b_0, b_1, \dots, b_8$ calculated by formulas 10) | Muutuja<br>Variable |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| $c_{14}$                        | $\frac{b_5 \cdot b_8 + b_6 \cdot b_7}{7}$                                                                                      | $l^4$               |
| $c_{15}$                        | $\frac{2 \cdot b_6 \cdot b_8 + b_7 \cdot b_7}{15}$                                                                             | $l^5$               |
| $c_{16}$                        | $\frac{b_7 \cdot b_8}{8}$                                                                                                      | $l^6$               |
| $c_{17}$                        | $\frac{b_8 b_8}{17}$                                                                                                           | $l^7$               |

Valemi 12 lahendamisel saadakse sortimendi maht, mis algab juurekaelast ning lõpeb kõrgusel  $l$ . Sortimendi mahu tüve vahepealsetest osadest saadakse kahe sortimendi mahu vahe kaudu:

$$v = \frac{\pi \cdot c^2}{40000} \cdot (P_{17}(l_1) - P_{17}(l_0)), \quad (13)$$

kus  $v$  on sortimendi maht,  $m^3$ ;  $c$  on valemi konstantse osa tähis (valem 4);  $P_{17}$  on 17. astme polünoom (valem 10),  $l_1$  on sortimendi lõpu kaugus juurekaelast, m;  $l_0$  on sortimendi alguse kaugus juurekaelast, m.

### Ozolinši tüvemoodustajaga tüveosa külgpindala arvutamise algoritm

On tulnud ette olukordi, kus on vaja teada tüüka või surnud puu pindala. Seda peamiselt tüvel elavate organismide elupaiga suuruse kindlaks tegemiseks. Kui on teada näiteks tüüka kõrgus või uuritava tüveosa algus ja lõpp, saab arvutada vastava lõigu pindala järgmise valemiga:

$$S = \frac{\pi}{100} \int_0^l d_l dl, \quad (14)$$

kus  $S$  on tüveosa pindala juurekaelast kuni kõrguseni  $l$ ,  $m^2$ ;  $l$  on kaugus juurekaelast, m;  $d_l$  on diameeter kõrgusel  $l$  ehk valem 2, cm. Nagu valemi 3 juures saab ka siin osa mudelist kirjeldada valemiga 4. Tüveosa (juurekaelast kuni kauguseni  $l$ ) pindala mahu valem näeb välja sel juhul järgmine:

$$S = \frac{\pi \cdot c}{100} \int_0^l \gamma \left( \frac{l}{h} \right) \cdot \left( a_0 + \left( a_1 + \left( a_2 + \left( a_3 + \left( a_4 + \left( a_5 + a_6 \cdot \frac{l}{h} \right) \cdot \frac{l}{h} \right) \cdot \frac{l}{h} \right) \cdot \frac{l}{h} \right) \cdot \frac{l}{h} \right) \cdot \frac{l}{h} \right) dl, \quad (15)$$

kus  $S$  on tüveosa pindala juurekaelast kuni kõrguseni  $l$ ,  $m^2$ ;  $c$  on valemi konstantse osa tähis (valem 4);  $\gamma \left( \frac{l}{h} \right)$  on perturbatsiooni kordaja (valem 1);  $l$  on kaugus juurekaelast, m;  $h$  on puu kõrgus, m;  $a_0, a_1, \dots, a_6$  on tüvemoodustaja valemi kordajad (tabel 1). Kasutades valemeid 6 kuni 10, saame valemi 15 kirjutada lahti järgmiselt:

$$v = \frac{\pi \cdot c}{100} \cdot \int_0^l b_0 + (b_1 + (b_2 + (b_3 + (b_4 + (b_5 + (b_6 + (b_7 + b_8 \cdot l) \cdot l) \cdot l) \cdot l) \cdot l) \cdot l) \cdot l dl \quad (16)$$

kus  $c$  on valemi konstantse osa tähis (valem 4);  $l$  on kaugus juurekaelast, m; ning  $b_0, b_1, \dots, b_8$  on konstandid, mis on arvutatud valemitega 7 kuni 10. Pärast integraali lahendamist



on tulemuseks üheksanda astme polünoom:

$$P_9 = b_0 \cdot l + \frac{b_1}{2} \cdot l^2 + \frac{b_2}{3} \cdot l^3 + \frac{b_3}{4} \cdot l^4 + \frac{b_4}{5} \cdot l^5 + \frac{b_5}{6} \cdot l^6 + \frac{b_6}{7} \cdot l^7 + \frac{b_7}{8} \cdot l^8 + \frac{b_8}{9} \cdot l^9, \quad (17)$$

kus  $P_9$  on üheksanda astme polünoom;  $l$  on kaugus juurekaelast, m;  $b_0, b_1, \dots, b_8$  on konstandid, mis on arvutatud valemitega 7 kuni 10. Sortimendi pindala tüve vahepealsetest osadest saadakse kahe sortimendi pindala vahe kaudu:

$$S = \frac{\pi \cdot c}{100} \cdot (P_9(l_1) - P_9(l_0)), \quad (18)$$

kus  $S$  on sortimendi pindala, m<sup>2</sup>;  $c$  on valemis konstantse osa tähis (valem 4);  $P_9$  on üheksanda astme polünoom (valem 17);  $l_1$  on sortimendi lõpu kaugus juurekaelast, m; ja  $l_0$  on sortimendi alguse kaugus juurekaelast, m.

### Mõõtmisandmed

Töös kasutatud andmed on kogutud Hiiu- maalt 58 proovitükilt, mis rajati sinna 1992. aasta suvel diplomitöö koostamise eesmärgil (Padari, 1993). Igalt proovitükilt mõõdeti 10 erineva diameetriga mändi, millel mõõdeti rinnasdiameeter, diameeter juurekaelast 5 m kõrguselt ning puu kõrgus. Kokku analüüsiti 580 puud, millele arvutati Ozolinši tüvemoodustaja valemit kasutades tüvemahud ja sortimentide väljatulekud. Kuna mõõdetud on ka lisadiameeter 5 meetri kõrguselt juurekaelast, siis arvutati mahud nii seda arvestades kui ka mitte.

### Tulemused ja arutelu

#### Algoritm Ozolinši tüvemoodustaja korrigeerimiseks mõõdetud lisadiameetri järgi

Sama kõrgusega ja diameetriga ning sama liiki puu võib olla metsas erineva vormi- arvuga, ehk üks vähem ja teine rohkem silindriline. Kui kasutada ühtset tüvemoodustajat, siis üksikpuude puhul võib tüve- maht ja sortimentide väljatulek olla suure

veaga. Üks võimalus on mõõta lisaks puu rinnasdiameetrile ja kõrgusele veel üks diameeter juurekaelast 5 kuni 8 m kau- guselt. Olgu mõõdetava kõrguse (kaugus juurekaelast) tähiseks  $z$ . Tüvemoodustaja korrigeerimiseks on vaja muuta konstan- did  $a_0, a_1$  ja  $a_2$ . Selleks on esmalt vaja leida kõrguselt  $z$  mõõdetud diameetri ning sam- mal kõrgusel tüvemoodustaja valemiga saadava diameetri vahe:

$$\Delta d_z = d_z - \hat{d}_z, \quad (19)$$

kus  $\Delta d_z$  on mõõdetud ja tüvemoodustaja- ga arvutatud diameetrite vahe, cm;  $d_z$  on mõõdetud diameeter kõrgusel  $z$ , cm;  $\hat{d}_z$  on valemiga 2 arvutatud diameeter kõrgusel  $z$ , cm.

Järgmisena leitakse suhteline mõõtmis- kõrgus alates rinnakõrguselt:

$$h_r = \frac{z-1,3}{h-1,3}, \quad (20)$$

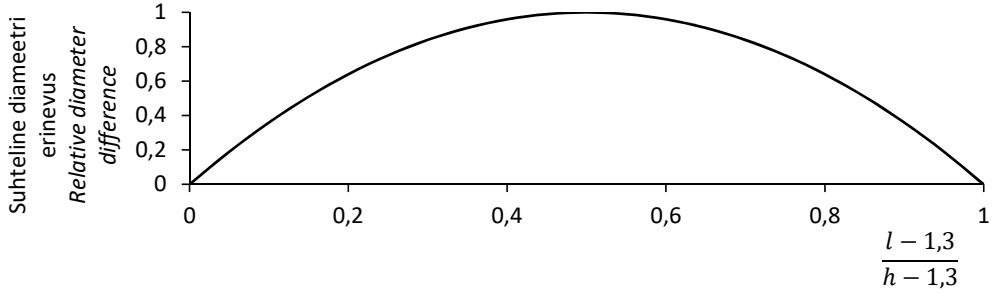
kus  $h_r$  on suhteline mõõtmiskõrgus (rinna- kõrgus – 0, puu tipp – 1);  $z$  on diameetri mõõtmise kõrgus (kaugus juurekaelast), m;  $h$  on puu kõrgus, m.

Teades suhtelist mõõtmiskõrgust (va- lem 20) ning mõõdetud ja tüvemoodus- tajaga arvutatud diameetrite vahet 5 m kõrgusel (valem 19), on vaja ennustada diameetrite erinevused igale suhtelisele kõrgusele. Selleks luuakse diameetri pa- randusfunktsioon. Funktsiooni koostami- sel püstitatakse neli eeldust: a) rinna kõr- gusel on diameetrite erinevus null; b) puu tipus on diameetrite erinevus 0; c) puu tipu ja rinnakõrguse vahel olevas keskpunktis on diameetrite erinevus maksimaalne ehk 100%, ja d) diameetrite erinevus muutub sujuvalt, kaarekujuliselt. Vastava seose graafiline väljund on esitatud joonisel 1. Sama seose abil arvutatakse teoreetiline diameetrite vahe poolel puu kõrgusel ala- tes rinnakõrgusest (kõrgusel:  $\frac{h-1,3}{2} + 1,3$ ):

$$\Delta d_{0,5} = \frac{\Delta d_z}{4 \cdot h_r \cdot (1 - h_r)}, \quad (21)$$

kus  $\Delta d_{0,5}$  on tõenäolise diameetri ja valemi-

ga 2 arvatud diameetri vahe poolel puu kõrgusel, cm;  $\Delta d_z$  on mõõdetud ja tüvemoodustajaga arvatud diameetrite vahe kõrgusel  $z$ , cm; ja  $h_r$  on suhteline mõõtmiskõrgus (rinnakõrgus – 0, puu tipp – 1).



Joonis 1. Puu suhtelisest kõrgusest (0 – 1,3 m ja 1 – puu tipp) sõltuv tegeliku diameetri ja tüvemoodustajaga arvatud diameetri suhteline erinevus.

Figure 1. Relative difference between the actual diameter and the diameter calculated with the stem curve depending on the relative height of a tree (0 – 1.3 m and 1 – tree top).

Kui valemist 21 avaldada suurus  $\Delta d_z$  ja asendada valemis suurus  $h_r$  valemiga 20, saadakse järgmine valem:

$$\begin{aligned} \Delta d_z &= 4 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot \frac{z-1,3}{h-1,3} \cdot \left(1 - \frac{z-1,3}{h-1,3}\right) = 4 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot \frac{z-1,3}{h-1,3} - 4 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot \left(\frac{z-1,3}{h-1,3}\right)^2 = \\ &= \frac{4 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot (z-1,3) \cdot (h-1,3) - 4 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot (z^2 - 2,6 \cdot z + 1,69)}{(h-1,3)^2} = \frac{-4 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot (1,3 \cdot h - (h+1,3) \cdot z + z^2)}{(h-1,3)^2}, \end{aligned} \quad (22)$$

kus  $\Delta d_z$  on mõõdetud ja tüvemoodustajaga arvatud diameetrite vahe kõrgusel  $z$ , cm;  $\Delta d_{0,5}$  on parandatud ja valemiga 2 arvatud diameetri vahe poolel puu kõrgusel, cm;  $z$  on diameetri mõõtmise kõrgus (kaugus juurekaelast), m; ning  $h$  on puu kõrgus, m.

Järgmise teisendusena viidi valemisse 22 mõõtmiskõrguse muutmiseks suvaliseks kõrguseks  $l$ , mis on valemi sõltumatu muutuja. Teiseks teisendati valemist nii, et tekiks sõltumatu muutujaga avaldised, mis vastavad valemis 2 olevatele parameetritele:

$$\begin{aligned} \Delta d_z &= \frac{-5,2 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot h + 4 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot (h+1,3) \cdot l - 4 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot l^2}{(h-1,3)^2} = \\ &= -\frac{5,2 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot h}{(h-1,3)^2} + \frac{4 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot (h+1,3) \cdot h}{(h-1,3)^2} \cdot \frac{l}{h} - \frac{4 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot h^2}{(h-1,3)^2} \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^2, \end{aligned} \quad (23)$$

kus  $\Delta d_z$  on mõõdetud ja tüvemoodustajaga arvatud diameetrite vahe kõrgusel  $z$ , cm;  $\Delta d_{0,5}$  on parandatud ja valemiga 2 arvatud diameetri vahe poolel puu kõrgusel, cm;  $l$  on kaugus juurekaelast, m;  $h$  on puu kõrgus, m.

Valemis 2 on muutujate  $\frac{l}{h}$  ja  $\left(\frac{l}{h}\right)^2$  ees kordajad  $a_1$  ja  $a_2$ . Seega on nüüd võimalik valemist 23 kasutades muuta valemis 2 muutujate kordajaid  $a_{0,r}$ ,  $a_1$  ja  $a_2$ :

$$a_{0r} = a_0 + \frac{-5,2 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot h}{(h-1,3)^2} \cdot \frac{\gamma\left(\frac{1,3}{h}\right)}{c \cdot \gamma\left(\frac{z}{h}\right)} \quad (24)$$

$$a_{1r} = a_1 + \frac{4 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot h \cdot (h+1,3)}{(h-1,3)^2} \cdot \frac{\gamma\left(\frac{1,3}{h}\right)}{c \cdot \gamma\left(\frac{z}{h}\right)}, \quad (25)$$

$$a_{2r} = a_2 + \frac{-4 \cdot \Delta d_{0,5} \cdot h^2}{(h-1,3)^2} \cdot \frac{\gamma\left(\frac{1,3}{h}\right)}{c \cdot \gamma\left(\frac{z}{h}\right)}, \quad (26)$$

kus  $a_{0r}$ ,  $a_{1r}$ ,  $a_{2r}$  on parandatud kordajad;  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  on Ozolinši tüvemoodustaja valemil esialgsed kordajad (tabel 1);  $\Delta d_{0,5}$  on parandatud ja valemiga 2 arvatud diameetri vahe poolel puu kõrgusel, cm;  $z$  on diameetri mõõtmise kõrgus (kaugus juurekaelast), m;  $h$  on puu kõrgus, m;  $c$  on valemi konstantse osa tähis (valem 4);

$\gamma\left(\frac{z}{h}\right)$  ja  $\gamma\left(\frac{1,3}{h}\right)$  on perturbatsioonid kordajad (valem 1). Valemiga 26 leitava konstandi  $a_{2r}$  võib leida ka valemiga:

$$a_{2r} = -(a_{0r} + a_{1r} + a_3 + a_4 + a_5 + a_6), \quad (27)$$

kus  $a_3$ ,  $a_4$ ,  $a_5$  ja  $a_6$  on Ozolinši tüvemoodustaja (Ozolinš, 2002; Ozolinš, 1988) kordajad (tabel 1) ning  $a_{0r}$  ja  $a_{1r}$  on parandatud kordajad (valemid 24 ja 25). Valemid 26 ja 27 annavad sama tulemuse. Seda seetõttu, et tüvemoodustaja annaks 1,3 meetri kõrgusel tulemuseks täpselt rinnasdiameetri ning puu tipus väärtuse null.

Pärast lisadiameetri mõõtmistulemuse lisamist tüvemoodustaja valemisse (valem 2) saadi valemitega 24 kuni 26 (või 27) uued kordajad  $a_{0r}$ ,  $a_{1r}$  ja  $a_{2r}$ :

$$d_l = d_{1,3} \cdot \frac{\gamma\left(\frac{l}{h}\right) \cdot \left(a_{0r} + a_{1r} \cdot \left(\frac{l}{h}\right) + a_{2r} \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^2 + a_3 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^3 + a_4 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^4 + a_5 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^5 + a_6 \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^6}{\gamma\left(\frac{1,3}{h}\right) \cdot \left(a_{0r} + a_{1r} \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right) + a_{2r} \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right)^2 + a_3 \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right)^3 + a_4 \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right)^4 + a_5 \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right)^5 + a_6 \cdot \left(\frac{1,3}{h}\right)^6)} \quad (28)$$

Sortimendi mahtude või pindala arvutamiseks tuleb nüüd valemides 4, 5, 10 ja 15 kordajate  $a_0$ ,  $a_1$  ja  $a_2$  asemel kasutada vastavalt kordajaid  $a_{0r}$ ,  $a_{1r}$  ja  $a_{2r}$ .

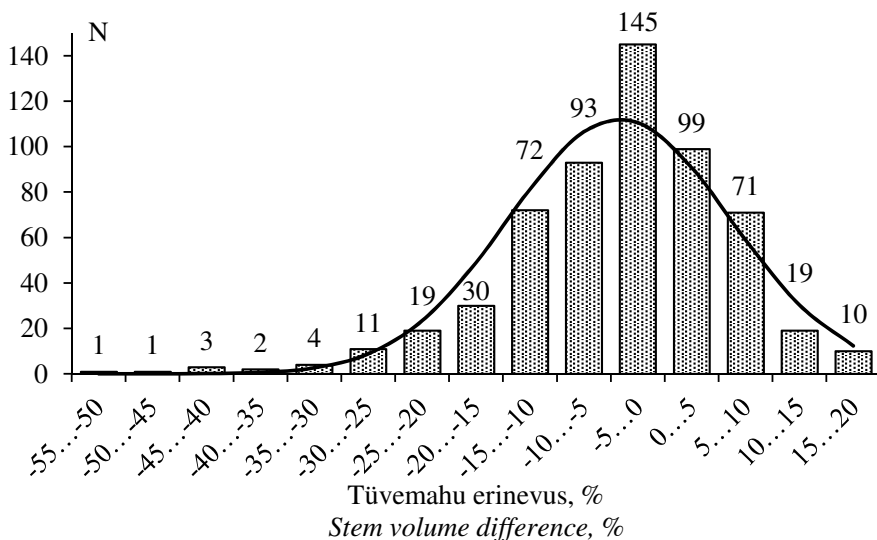
### Hiiumaa männikutes mõõdetud puude tüvemahtude võrdlus

Kuna 580 puul oli mõõdetud ka diameeter juurekaelast 5 meetri kõrguselt, oli võimalik arvutada neile puudele tüvemaht kahte moodi – esimesel juhul kasutades Ozolinši originaalmudelit ning teisel juhul eelmises alapeatükis kirjeldatud meetodit kasutades korrigeeritud mudelit. Alapeatükis Ozolinši tüvemoodustajaga sortimendi mahu arvutamise algoritm kirjeldatud meetodi abil arvutati igale puule kaks mahtu – originaalmudeliga ning korrigeeritud mudeliga. Joonisel 2 on esitatud saadud tüvemahtude erinevuste sagedusdiagramm. Mahtude erinevuste arvutamisel võeti aluseks ehk 100% näitavaks suuruseks korrigeeritud tüvemaht. Kõige suuremaks negatiivseks erinevuseks osutus 53,70%

ning kõige suuremaks positiivseks saadi 19,97%. Vastavate puude mõlemal viisil arvatud tüvemoodustajad on kujutatud joonisel 3. Esimesel puul oli rinnasdiameeter 36 cm, diameeter 5 m kõrgusel juurekaelast 23,5 cm ja kõrgus 19,5 m ning teisel puul olid need mõõdud vastavalt 20 cm, 18,5 cm ja 20,5 m.

Joonisel 2 on näha, et 25% kõikidest mõõdetud puudest omavad kahel viisil mõõdetud mahtude vahelist erinevust vahemikus –5% kuni 0%, kusjuures aritmeetiline keskmine erinevus on –4,2% ja erinevuste mediaan on 3,1%. Mudelpuude mõõtmiste järgi võib järeldada, et Hiiumaa männikute puhul on kluppimisandmeid kasutades hinnatud tagavara üle (paarikaupa andmete võrdlemise *t*-testi *p*-väärtus < 0,0001).

Mahtude keskmine jagunemine sortimentide vahel on esitatud joonisel 4, kust nähtub, et tüvemahu 3,92% erinevusest valdav osa (3,68%) on palkide väljatulekute erinevus.



Joonis 2. Lisadiameetriga korrigeeritud ja korrigeerimata Ozolinši tüvemoodustajaga arvutatud mahtude erinevuste jaotumine koos normaaljaotuse tihedusfunktsiooniga.

Figure 2. Histogram showing the volume difference calculated by Ozolinš taper curve with and without additional measured diameter with normal distribution.

### Ozolinši tüvemoodustaja korrigeerimine Hiiumaa männikutele

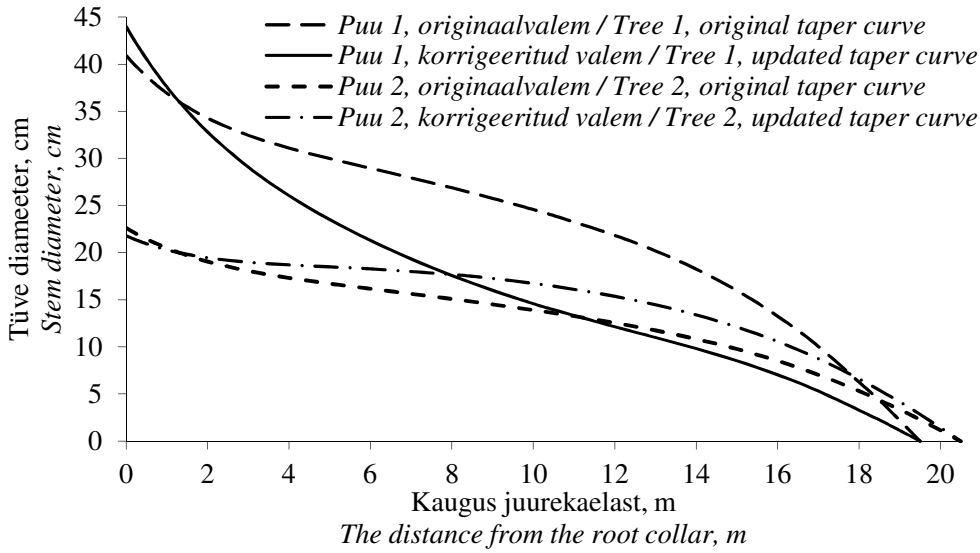
Peatükis Hiiumaa männikutes mõõdetud puude tüvemahtude võrdlus koostatud meetodika järgi arvutati igale puule Ozolinši tüvemoodustaja valemile kolm uut konstanti. Konstantide väärtused varieeruvad suuresti. Seda on näha tabelist 4, kus on toodud konstantidele aritmeetilised keskmised, standardhälbed, usalduspiirid ning minimaalne ja maksimaalne väärtus.

Uuteks soovituslikeks konstantideks aga ei saa pakkuda aritmeetilisi keskmisi, sest aritmeetiliste keskmistega arvutades saadi samuti väike, 0,19% ülehinnang. Selleks et keskmine erinevus tuleks 0, katsetati konstantide erinevate kvantiilidega. Parim hinnang saadi 48,3 protsendi kvantiiliga, mille järgi on konstandid järgmiste väärtustega:  $a_0 = 119,717$ ,  $a_1 = -289,805$ . Konstant  $a_2 = 1152,016$  saadi pärast konstantide  $a_0$  ja  $a_1$  kvantiili leidmist valemiga 27. Kozaki (1998) väitel on hiiglelupuu ja harilikult ebatsuuga tüvemoodustaja käänupunkt suhtelisel kõrgusel 25%. Ozolinši (2002) tüvemoodustaja

Tabel 4. Ozolinši tüvemoodustaja valemi korrigeeritud konstantide näitajad.

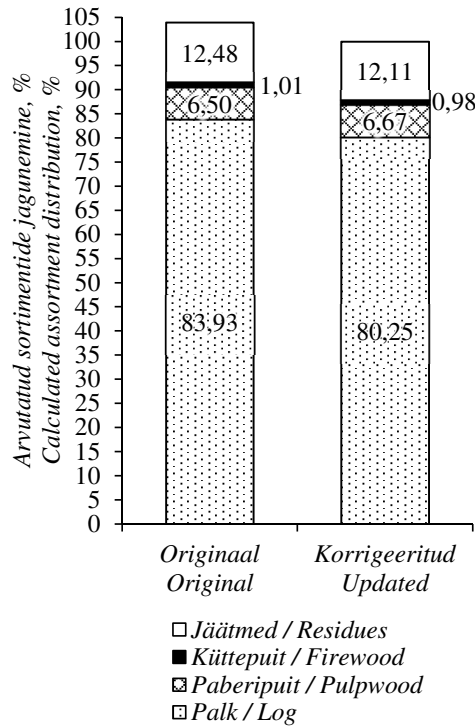
Table 4. Statistics of corrected constants of Ozolinš' taper curve.

| Näitaja<br>Statistic                                  | Tüvemoodustaja konstant<br>Coefficient of taper curve |          |          |
|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|----------|----------|
|                                                       | $a_0$                                                 | $a_1$    | $a_2$    |
| Aritmeetiline keskmine<br>Mean                        | 119,956                                               | -290,472 | 1152,444 |
| Standardhälve<br>Standard deviation                   | 2,507                                                 | 32,547   | 30,180   |
| 95% alumine usalduspiir<br>95% lower confidence level | 119,752                                               | -293,127 | 1149,983 |
| 95% ülemine usalduspiir<br>95% upper confidence level | 120,161                                               | -287,818 | 1154,905 |
| Minimaalne hinnang<br>Minimum                         | 112,075                                               | -417,560 | 1073,181 |
| Maksimaalne hinnang<br>Maximum                        | 139,511                                               | -205,963 | 1271,758 |



Joonis 3. Näide kahe puu korrigeerimata ja korrigeeritud tüvemoodustajatest.

Figure 3. An example of taper curves of two trees with and without correction.



Joonis 4. Lisadiameetriga korrigeeritud ja korrigeerimata Ozolinši tüvemoodustajaga arvutatud sortimentide teoreetilised väljatulekud (100% on korrigeeritud mudeliga arvutatud).

Figure 4. Assortment distribution calculated by Ozolinš' taper curve with and without additional measured diameter (100% is with additional diameter).

järgi on harilikul männil käänupunkt puu kõrgusel 31,13%. Mõõdetud lisadiameetri kasutamisel tüvemoodustaja konstantide muutmiseks muutub käänupunkti kõrgus. Kui puu tüvi muutub kitsamaks, siis käänupunkt nihkub kõrgemale ja vastupidi täidlasema tüvevormi puhul tüvemoodustaja käänupunkt nihkub allapoole. Hiiumaa jaoks leitud uute konstantide kasutamisel on käänupunkti suhteline kõrgus 33,49%.

Kui hästi kirjeldab korregeeritud tüvemoodustaja puu ülemist osa, kui teine diameeter on mõõdetud väga kaugel puu rinnakõrguse ja tipu vahelisest keskpunktist? Vastust sellele küsimusele siinse artikli algandmeid kasutades ei ole võimalik leida. Diameetri mõõtmiskõrgus 5 m varieerub suhtelise kõrgusena sõltuvalt puu kõrgusest. Suhtelised mõõtmiskõrgused jagunevad järgmiselt: 31,7% puudest on suhteline mõõtmiskõrgus kuni 25%; 66,2% puudest 25–50% ning 2,1% puudest üle 50%. Kui arvestada alumised 1,3 m maha, siis jagunevad puud eelkirjeldatud vahemikesse vastavalt 66,7%, 32,3% ning 1,0%. Aritmeetiline keskmine suhteline mõõtmiskõrgus on kogu puupikkusest 29,4% ja alates rinnakõrgusest 23,7%. Samade näitajate miinimumid on vastavalt 18,9% ja 14,7%. Juhul, kui lisadiameetri mõõtmise abil saadakse täpsem hinnang vaid tüve esimesele veerandile, siis see osa Artur Nilsoni arvutuste järgi on 48% puu mahust. Kui aga kirjeldatakse täpsemini alumist poolt puu tüvest, siis see osa on 79% puu mahust (Jänes & Padari, 2004). On võimalik, et puu ülemises osas esineb süstemaatiline viga diameetri hinnangutes. Samas on see pigem väiksem kui korregeerimata tüvemoodustajaga saadud hinnangute puhul tüve alumises osas. Tüvemoodustaja ülemise osa veahinnangud vääriksid edaspidi uuringuid nii tüvemoodustaja korregeerimata kui ka korregeeritud variante kasutades.

Kuna Hiiumaa männikutes toimus Ozolinši tüvemoodustajat kasutades süstemaatiline mahtude ülehindamine, siis vajaks uurimist, kas sarnane ülehindamine

toimub ka mujal Eestis. Paratamatult tekib küsimus, kas varasemates uurimistöödes, kus on kasutatud Ozolinši tüvemoodustajaga mahtude arvutamist ja sortimenteerimist, on ka männikute osas ülehinnatud tulemused? Sellised uurimustööd on olnud metsa küpsusvanuste analüüs (Padari & Muiste, 2003), potentsiaalse puitse kütuse ressursside hindamine (Paist *et al.*, 2006; Kask *et al.*, 2011), Eesti metsade potentsiaalne pikaajalise keskmise tootlikkuse arvutamine sortimentide kaupa (Padari *et al.*, 2009), kaitsealade suurendamise mõju majandusele (Sirgmet *et al.*, 2011), energia- ja paberipuidu hindade muutumise mõju metsade kasumiküpsusele (Sirgmet *et al.*, 2012) ning Järvselja looduskaitsealal potentsiaalse puidutootlikkuse ja seotud süsiniku hindamine (Adermann *et al.*, 2015). Mitte ühegi eelnimetatud tulemuste puhul ei ole vaja karta, et on toimunud männikute mahtude ülehindamine. Seda seepärast, et aluseks on olnud puistu tagavara. Puistu tagavara virtuaalsel kasvatamisel kasutati diameetri ja kõrguse kasvufunktsioone ning sortimenteerimisel kasutati puistu tagavara. Seega Ozolinši tüvemoodustajat kasutades hinnati Hiiumaa puhul üle puu tagavarasid, võib-olla ka muude Eesti piirkondade puhul, ja seega arvutuste järgi oli metsas tegelikkusest vähem puid. Kuna kogutagavara klappis, siis kas klappis ka sortimentide vahekord? Selle kontrollimiseks võeti Hiiumaa näitel 580 mudelpuu sortimenteerimise tulemused, mille sortimentide jaotus on esitatud tabelis 5.

Tabelist 5 järeldub, et sortimentide mahtude summaarne suhteline erinevus on suurim paberipuidu puhul, kus korregeeritud tüvemoodustajaga arvutades saadi 6,24% võrra suurem väljatulek ja palgi puhul 0,65% võrra väiksem väljatulek. Kogu puu mahust oleksid need vastavalt 0,42% suurem ja 0,52% väiksem ehk umbes pooleprotsendilised erinevused. Seega Ozolinši originaaltüvemoodustaja kasutamine varasemate uurimuste juures ei mõjutanud tulemusi oluliselt.



Tabel 5. Kahe erineva tüvemoodustajaga arvatatud mändide sortimentide väljatuleku võrdlemine.

Table 5. Comparison of the yield of pine assortments calculated with two different stem taper curves.

| Sortiment<br><i>Assortment</i>      | Tüvemoodustaja<br><i>Taper curve</i> |                                 | Absoluutne erinevus<br><i>Absolute difference</i> | Suhteline erinevus<br><i>Relative difference</i> |
|-------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
|                                     | Originaal<br><i>Original</i>         | Korrigeeritud<br><i>Updated</i> |                                                   |                                                  |
| Palk, %<br><i>Log, %</i>            | 80,77                                | 80,25                           | -0,52                                             | -0,65                                            |
| Paberipuit, %<br><i>Pulpwood, %</i> | 6,25                                 | 6,67                            | 0,42                                              | 6,24                                             |
| Küttepuit, %<br><i>Firewood, %</i>  | 0,97                                 | 0,98                            | 0,00                                              | 0,40                                             |
| Jäätmed %<br><i>Residues %</i>      | 12,01                                | 12,11                           | 0,10                                              | 0,83                                             |
| Kokku, %<br><i>Total, %</i>         | 100,00                               | 100,00                          | 0,00                                              | 0,00                                             |

## Kokkuvõte

Puude tüvemoodustajatega on tegeletud aastakümneid. Leitakse, et puude tüvekuju on väga varieeruv ning ideaalset mudelit ei ole võimalik leida. Artikli esimeses peatükis on tutvustatud maailmakirjandusest leitud tüvemoodustaja valemikujusid. Töö mahukuse tõttu analüüsiti põhjalikumalt vaid üht, Eestis alates 1993. aastast kasutusel olnud Ozolinši tüvemoodustajat. Alapeatükis Ozolinši tüvemoodustajaga sortimendi mahu arvutamise algoritm on lahti kirjutatud algoritm, kuidas tüvemoodustaja integreerimise teel saab arvutada sortimendi mahtu. Analoogselt on alapeatükis Ozolinši tüvemoodustajaga tüveosa külgpindala arvutamise algoritm lahti kirjutatud sortimendi külgpindala arvutamise algoritm.

Tüvemoodustaja sobivuse hindamiseks Hiiumaal mõõdeti 580 harilikul männil rinnasdiameeter, diameeter juurekaelast 5 meetri kõrguselt ning puu kõrgus. Järgmisena koostati meetoodika, kuidas korrigeerida tüvemoodustaja valemit nii, et kehtiksid tingimused, kus rinnakõrguselt oleks diameeter võrdne rinnasdiameetriga, 5 meetri kõrgusel oleks tüvemoodustaja järgi leitud diameeter sama mõõdetud

diameetriga, ning puu kõrgusel oleks diameeter 0. Seda meetoodikat on selgitatud peatükis algoritm Ozolinši tüvemoodustaja korrigeerimiseks mõõdetud lisadiameetri järgi.

Tulemuseks leiti, et Ozolinši originaalvalem annab keskmiselt 3,9% suurema mahu kui 5 meetri kõrguselt mõõdetud diameetriga korrigeeritud tüvemoodustaja valem. Lisaks arvutati Hiiumaa männikute jaoks uued, sobilikud valemi konstandid:  $a_0 = 119,717$ ,  $a_1 = -289,805$  ja  $a_2 = 1152,016$ . Kui Hiiumaa männikutel olid mahtude arvutustes suured erinevused, siis on alust arvata, et sarnased erinevused esinevad ka mujal Lääne-Eesti männikutes. Väärib uurimist, kuidas toimib Ozolinši tüvemoodustaja mujal Eestis.

Kas varasemates uurimistöodes, kus on kasutatud Ozolinši tüvemoodustajaga mahtude arvutamist ja sortimenteerimist, on männikute osas ülehinnatud tulemused? Vastus on „ei“, sest aluseks on olnud puistu tagavara ja selle kasvatamise simulatsioon. Kui tüvemoodustaja hindab üksikpuu mahtu üle või alla, siis puistu sortimenteerimisel on hinnatud vastavalt alla või üle puude arv. Tabelist 5 nähtub, et ka sortimentide suhtelise väljatuleku osas on erinevused väikesed, kõikides sortimentide vahel ca 0,5%.

**Tänusõnad.** Siinkohal tänan oma 1993. aastal kaitstud diplomitöö juhendajat, professor Andres Kivistet ja konsultanti emeritprofessor Artur Nilsonit, kes tutvustasid mulle Ozoliniši tüvemoodustaja valemit ning olid suureks abiks mudelpuude mõõtmise metoodika väljatöötamisel.

## Kasutatud kirjandus

- Adermann, V., Padari, A., Sirgmet, R., Kosk, A., Kaimre, P. 2015. Valuation of timber production and carbon sequestration on Järvselja nature protection area. – *Forestry Studies / Metsanduslikud Uurimused*, 63, 29–43. <https://doi.org/10.1515/fsmu-2015-0007>.
- Bi, H. 2000. Trigonometric variable-form taper equations for Australian eucalypts. – *Forest Science*, 46, 397–409.
- Chaves e Carvalho, S. de P., Rodriguez, L.C.E., Calegario, N., Savian, T.V., Lima, M.P. de, Silva, C.A., Mendonça, A.R. de, Nicoletti, M.F. 2014. Non linear mixed modeling to describe the taper of clonal *Eucalyptus* sp. – *Scientia Forestalis*, 42, 605–614.
- Demaerschalk, J.P. 1971. An integrated system for the estimation of tree taper and volume. – Master's thesis. Vancouver, University of British Columbia. 64 pp.
- Figueiredo Filho, A., Retslaff, F.A. de S., Kohler, S.V., Becker, M., Brandes, D. 2015. Effect of age on tapering and assortment in *Araucaria angustifolia* stands. (Efeito da Idade no Afilamento e Sortimento em Povoamentos de *Araucaria angustifolia*). – *Floresta e Ambiente*, 22, 50–59. <https://doi.org/10.1590/2179-8087.080114>.
- Gallant, A.R., Fuller, W.A. 1973. Fitting segmented polynomial regression models whose join points have to be estimated. – *Journal of the American Statistical Association*, 341, 144–147.
- Gray, H.R. 1944. Volume measurement of single trees. – *Australian Forestry*, 8, 44–61. <https://doi.org/10.1080/00049158.1944.10675744>.
- Hidejiro, N., Hirokazu, Y., Satoshi, T., Sasaki, K., Kazuya, O. 1987. The forest management system (I) Constructing a system to compensate for imperfect stem data. – *Journal of the Japanese Forestry Society*, 69, 270–276.
- Hjelm, B. 2013. Stem taper equations for poplars growing on farmland in Sweden. – *Journal of Forestry Research*, 24, 15–22. <https://doi.org/10.1007/s11676-012-0270-4>.
- Hradetzky, J. 1981. Spline functions and their application in forestry research. (Spline-Funktionen und ihre Anwendung in der forstlichen Forschung). – *Forstwissenschaftliches Centralblatt*, 100, 45–59. <https://doi.org/10.1007/BF02640618>.
- Jiménez, J., Aguirre, O., Niembro, M., Navar, J., Dominguez, A. 1994. Determination of the external form of *Pinus hartwegii* Lindl. in northeast Mexico. (Determinación de la forma externa de *Pinus hartwegii* Lindl. en el noreste de México). – *Investigaciones Agrarias, Sistemas y Recursos Forestales*, 3(2), 175–182.
- Jänes, J., Padari, A. 2004. Forest Inventory. (Metsa hindamine). Tartu, Triip. 18pp.
- Kask, Ü., Loosaar, J., Parve, T., Kask, L., Paist, A., Muiste, P., Padari, A., Astover, A. 2011. Potential of biomass in Narva region regarding oil shale and biomass co-firing. – *Oil Shale*, 28, 181–192. <https://doi.org/10.3176/oil.2011.15.10>.
- Kozak, A. 1988. A variable-exponent taper equation. – *Canadian Journal of Forest Research*, 18, 1363–1368. <https://doi.org/10.1139/x88-213>.
- Kozak, A. 1998. Effects of upper stem measurements on the predictive ability of a variable-exponent taper equation. – *Canadian Journal of Forest Research*, 28, 1078–1083. <https://doi.org/10.1139/x98-120>.
- Kozak, A. 2004. My last words on taper equations. – *The Forestry Chronicle*, 80 (4), 507–515. <https://doi.org/10.5558/tfc80507-4>.
- Kozak, A., Munro, D.D., Smith, J.H.G. 1969. Taper functions and their application in forest inventory. – *The Forestry Chronicle*, 45, 278–283. <https://doi.org/10.5558/tfc45278-4>.
- Laasasenaho, J. 1982. Taper curve and volume functions for pine, spruce, and birch. – *Communicaciones Instituti Forestalis Fenniae*, 108. 74 pp.
- Loodusobjekt. 2017. Procedure of acquisition of an immovable containing a protected natural object by the state and of processing proposals, and criteria under which the protection regime of an area is considered significantly restrictive on the intended use of the immovable, and the procedure and bases of valuation of the immovable. (Kaitstavat loodusobjekti sisaldava kinnisasja riigi poolt omandamise ja ettepanekute menetlemise kord ning kriteeriumid, mille alusel loetakse ala kaitsekord kinnisasja sihtotstarbelist kasutamist oluliselt piiravaks, ning kinnisasja väärtuse määramise kord ja alused). – RT I, 22.02.2017, 17. (In Estonian).
- Max, T.A., Burkhart, H.E. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equation. – *Forest Science*, 22, 283–289.
- Muhairwe, C.K. 1999. Taper equations for *Eucalyptus pilularis* and *Eucalyptus grandis* for the north coast in New South Wales, Australia. – *Forest Ecology and Management*, 113, 251–269. [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(98\)00431-9](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(98)00431-9).
- Nicoletti, M.F., Chaves e Carvalho, S. de P., Machado, S. do A., Figueiredo Filho, A., Oliveira, G.S. 2019. Partial volume prediction through nonlinear mixed modeling. – *Floresta e Ambiente*, 26. <https://doi.org/10.1590/2179-8087.032917>.



- Ormerod, D.W. 1973. A simple bole model. – *The Forestry Chronicle*, 49, 136–138.
- Ozoliņš, R. 1988. Forest taxation standards in Soviet Latvia. (Нормативы для таксаций леса Латвийской ССР). Riga, Silava. 176 pp. (In Russian).
- Ozoliņš, R. 2002. Forest stand assortment structure analysis using mathematical modelling. – *Forestry Studies / Metsanduslikud Uurimused*, 37, 33–42.
- Padari, A. 1993. Dependence of pine forest variables on distance to the sea in Hiiumaa. (Hiiumaa männikute takseertunnuste sõltuvusest mere kaugusest) – Diploma work. Tartu, Estonian Agricultural Academy. 126 pp.
- Padari, A. 2004. RaieWin – a Program for Forest Stand Valuation. (Metsahindamisprogramm "RaieWin"). – Master's thesis. Tartu, Estonian Agricultural University. 96 pp.
- Padari, A., Muiste, P. 2003. Analysis of maturity ages of Estonian forests. – *Baltic Forestry*, 9, 16–19.
- Padari, A., Muiste, P., Mitt, R., Pärn, L. 2009. Estimation of Estonian wood fuel resources. – *Baltic Forestry*, 15, 77–85.
- Paist, A., Kask, Ü., Kask, L., Vrajer, A., Muiste, P., Padari, A., Pärn, L. 2006. Potential of biomass fuels to substitute for oil shale in energy balance in estonian energy sector. – *Oil Shale*, 22, 369–380.
- Parresol, B.R., Hotvedt, J.E., Cao, Q.V. 1987. A volume and taper prediction system for bald cypress. – *Canadian Journal of Forest Research*, 17, 250–259. <https://doi.org/10.1139/x87-042>.
- Perez, D.N., Burkhart, H.E., Stiff, C.T. 1990. A variable-form taper function for *Pinus Oocarpa* Schiede in Central Honduras. – *Forest Science*, 36, 186–191. <https://doi.org/10.1093/forestscience/36.1.186>.
- Schröder, T., Costa, E.A., Valério, A.F., dos Santos Lisboa, G. 2015. Taper equations for *Pinus elliottii* engelm. in Southern Paraná, Brazil. – *Forest Science*, 61, 311–319. <https://doi.org/10.5849/forsci.14-054>.
- Sirmets, R., Kaimre, P., Padari, A. 2011. Economic impact of enlarging the area of protected forests in Estonia. – *Forest Policy and Economics*, 13, 155–158. <https://doi.org/10.1016/j.forpol.2010.11.006>.
- Sirmets, R., Kaimre, P., Padari, A. 2012. Forest sector impacts from the increased use of wood in energy production in Estonia. – *Baltic Forestry*, 18, 125–132.
- Takei, F., Watanabe, M. 1963. On the taper of the bole of Karamatsu (*Larix leptolepis*) by Kunze's formula. – *Journal of the Japanese Forestry Society*, 45, 142–147.
- Tammets, K. 1982. Aspen taper curve modelling based on Soviet Estonian data. (Haava tüvemoodustaja modelleerimine Eesti NSV andmeil). – Diploma work. Tartu, Estonian Agricultural Academy. 77 pp.
- Thomas, C.E., Parresol, B.R. 1991. Simple, flexible, trigonometric taper equations. – *Canadian Journal of Forest Research*, 21, 1132–1137.
- Värton, S., Raid, P., Hiiesalu, A. 1982. Pine, spruce and birch taper curve modelling based on Soviet Estonian data. (Männi, kuuse ja kase tüvemoodustajate modelleerimine Eesti NSV andmeil). – Diploma work. Tartu, Estonian Agricultural Academy. 83 pp.
- Vääriselupaik. 2017. Classification, selection guidelines and protection management of key biotopes and conclusion of contracts for their protection, and specified bases for calculating the cost of the right of use. (Vääriselupaiga klassifikaator, valiku juhend, kaitse korraldamine ning vääriselupaiga kaitseks lepingu sõlmimine ja kasutusõiguse tasu arvutamise täpsustatud alused). – RT I, 15.09.2017, 10. (In Estonian).

# Mathematical analysis and modification possibilities of Ozolinš' taper curve on the example of Hiiumaa pines

Allar Padari

## Summary

Taper curves of tree stem have been studied for decades. It has been found that the taper curves of stems are very variable and an ideal model does not exist. The first chapter of the article introduces the formulae of the taper curve found in world literature. Due to the volume of the work, only one, Ozolinš' taper curve, which has been in use in Estonia since 1993, was analysed in more detail. The section *Ozolinši tüvemoodustajaga sortimendi mahu arvutamise algoritm* describes the algorithm for calculating the volume of an assortment by integrating the stem taper curve equation. Similarly, the algorithm for calculating the lateral area of the assortment is described in the section *Ozolinši tüvemoodustajaga tüveosa külgpindala arvutamise algoritm*.

To evaluate the applicability of the taper curve in Hiiumaa, the breast diameter, the diameter from the root collar at a height of 5 m and the height of the tree were measured on 580 Scots pine (*Pinus Sylvestris* L.). Next, a methodology was developed to adjust the taper curve so that the line passes through three points:  $h = 1.3$  and  $d =$  diameter at breast height;  $h = 5$  and  $d = d_5$  and  $h = h$  and  $d = 0$ . This methodology is described in the section *Algoritm Ozolinši*

*tüvemoodustaja korrigeerimiseks mõõdetud lisadiameetri järgi*.

As a result, it was found that the original Ozolinš' formula gives, on average, 3.9% more volume than the diameter-corrected taper curve. In addition, new applicable taper curve constants were calculated for Hiiumaa pines:  $a_0 = 119.717$ ,  $a_1 = -289.805$  and  $a_2 = 1152.016$ . If the pines of Hiiumaa had large differences in the volume calculations, it would suggest that similar differences also occur elsewhere in the pines of western Estonia. How the Ozolinš' taper curve works in other parts of Estonia is worth investigating.

Were the results overestimated for pine forests in previous studies where stem and assortment volume calculation with Ozolinš' taper curve was used? The answer is "no", because the basis has been the stand volume. If the single tree volume calculated by the taper curve is overestimated or underestimated, then the number of trees is underestimated or overestimated, respectively. Table 5 shows that the differences in the relative yields of the assortments are also small, fluctuating by approximately 0.5% between the assortments.

Received April 22, 2020, revised May 20, 2020, accepted May 21, 2020